

Chapitre 1 : Généralités sur les fonctions

Table des matières

Chapitre 1 : Généralités sur les fonctions	1
Axel CARPENTIER	
Contenu	2
1 Définitions	3
2 Résolutions graphiques	4
3 Variations, signes et extremums	5
4 Exercice bilan	6

Contenu

- Différents modes de représentation d'une fonction : expression littérale, représentation graphique.
- Notations $y = f(x)$ et $x \mapsto f(x)$.
- Taux de variation, entre deux valeurs de la variable x , d'une grandeur y vérifiant $y = f(x)$.
- Fonctions monotones sur un intervalle, lien avec le signe du taux de variation.

1 Définitions

Notation et vocabulaire:

- On appelle domaine de définition de f , noté $\mathcal{D}_f$, l'ensemble des valeurs sur lequel f est définie.
- On note $f : x \mapsto f(x)$, la fonction qui à x associe $f(x)$. $y = f(x)$ est l'image de x , x est un antécédent de y .
- On appelle courbe représentative d'une fonction f dans le plan, notés C_f , l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $x \in \mathcal{D}_f$ et $y = f(x)$

! Remarque IMPORTANTE

Il ne faut pas confondre f et $f(x)$! f représente une fonction tandis que $f(x)$ représente un nombre réel.

! Remarque importante

On a deux manières de comprendre une fonction : une expression algébrique ou un graphique. Exemple : la fonction carré/cube/...

Méthode:

- Pour déterminer une image d'un réel a :

- Graphiquement :

On place a sur l'axe des abscisses, on prend le point de la courbe d'abscisse a et on lit son ordonnée.

- Algébriquement :

On remplace tous les x par a dans l'expression algébrique de f .

- Pour déterminer un antécédent d'un réel k :

- Graphiquement :

On se place en k sur l'axe des ordonnées, on prend le ou les points de la courbe d'ordonnée k et on lit leurs abscisses.

- Algébriquement :

On cherche toutes les valeurs de $x \in \mathcal{D}_f$ telles que $f(x) = k$.

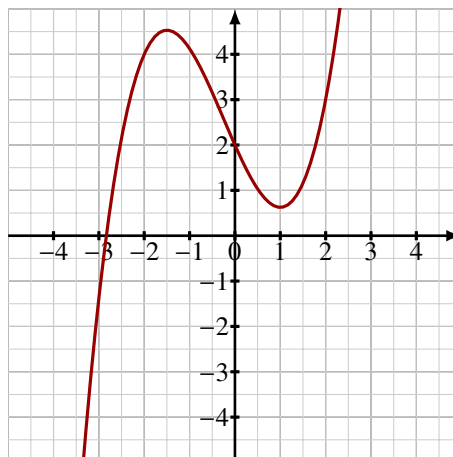
Exercice :

Soit $f : x \mapsto x^2 + 1$.

1. Quel est le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f ?
2. Calculer l'image de 3 par f .
3. Calculer le (ou les) antécédent(s) de 10 par f .

Exercice:

Soit la représentation graphique C_f d'une fonction f ci-dessous.



1. Quel est le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f ?
2. a. Déterminer l'image de 2 par f .
b. Déterminer $f(-2)$.
3. Calculer le (ou les) antécédent(s) de 2 par f .

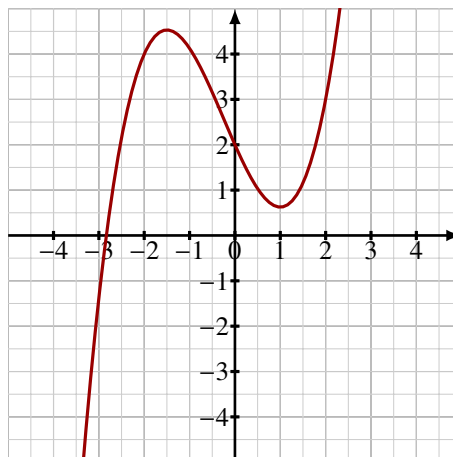
2 Résolutions graphiques

Méthode:

- Résoudre une équation $f(x) = k$ revient à déterminer les antécédents de k par la fonction f .
- Résoudre une inéquation $f(x) \geq k$ (respectivement $f(x) \leq k$) revient à déterminer les points de la courbe de f dont l'ordonnée est supérieure (respectivement inférieure) à k puis l'ensemble de leurs abscisses.

Exercice:

Soit la représentation graphique C_f d'une fonction f ci-dessous.



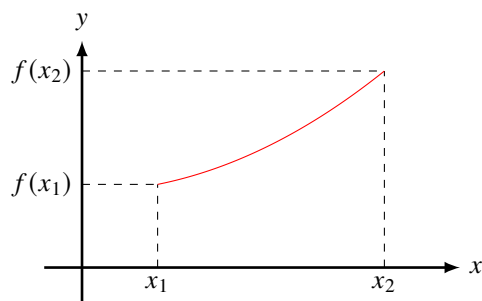
1. Déterminer la (ou les) solution(s) de $f(x) = -2$
2. Déterminer la (ou les) solution(s) de $f(x) = 4$
3. Déterminer les solutions de $f(x) < 0$.
4. Déterminer les solutions de $f(x) \geq 2$.

3 Variations, signes et extremums

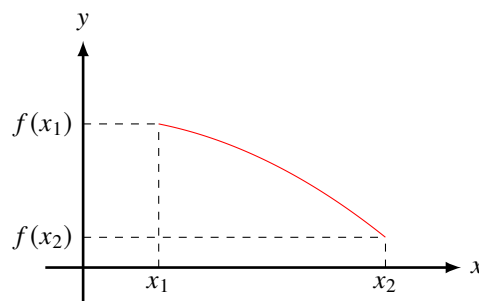
Définition:

Soient $x_1 \leq x_2$ deux réels quelconques et f une fonction quelconque.

- f est dite croissante si $f(x_1) \leq f(x_2)$ c'est-à-dire qu'elle conserve l'ordre.
- f est dite décroissante si $f(x_1) \geq f(x_2)$ c'est-à-dire qu'elle renverse l'ordre.
- f est dite constante si $f(x_1) = f(x_2)$.



Fonction croissante



Fonction décroissante

Propriétés fondamentales:

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I .

- f est strictement croissante sur I si et seulement si $\forall x \in I, f'(x) > 0$;
- f est strictement décroissante sur I si et seulement si $\forall x \in I, f'(x) < 0$;
- f est constante sur I si et seulement si $\forall x \in I, f'(x) = 0$;

On rappelle les dérivées de fonctions usuelles vues en classe de Première :

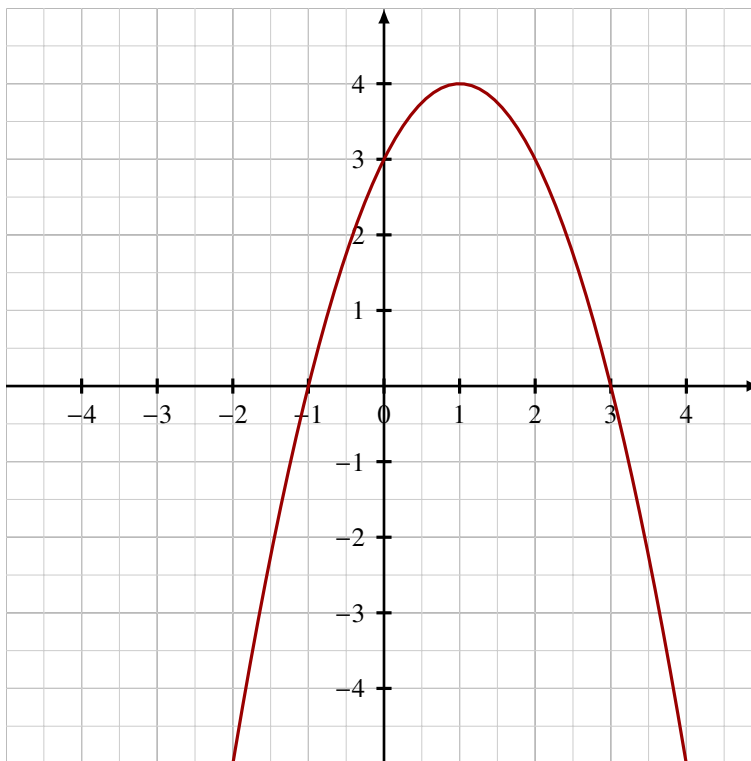
Fonction f	Dérivée f'
$f(x) = a, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 0$
$f(x) = ax, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = a$
$f(x) = ax^2, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 2ax$
$f(x) = ax^3, a \in \mathbb{R}$	$f'(x) = 3ax^2$

Exercice :

Établir le tableau de variations de la fonction $f : x \mapsto 2x^2 + 8x - 5$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

4 Exercice bilan

On considère la fonction $f : x \mapsto -(x+1)(x-3)$ définie sur $[-5; 5]$. La courbe représentative C_f est donnée ci-dessous.



1. Répondre graphiquement aux questions suivantes:
 - a. Déterminer l'image de 1 par f .
 - b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$
 - c. Résoudre l'inéquation $f(x) > 2$.
2. Reprendre les questions 1.a. et 1.b. par le calcul.
3. Etablir le tableau de signe de f .
4. Développer $f(x)$ puis déterminer l'expression de $f'(x)$.
5. Etablir le tableau de signe de $f'(x)$ puis le tableau de variation complet de f .
6. En déduire le maximum de f sur son intervalle de définition.