

Exercice 1 : *Polynésie, 2024, STI2D*

Un filtre dans un circuit électrique permet de transmettre sélectivement certaines composantes du spectre en fréquence d'un signal.

On considère le filtre, composé d'une résistance R et d'un condensateur C .

On appelle fonction de transfert de ce filtre, la fonction H définie par:

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + RC\omega \cdot i}$$

où

- i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$ vérifiant $i^2 = -1$;
- R est la résistance, exprimée en Ohm, ayant pour valeur $10^6 \Omega$;
- C est la capacité du condensateur, exprimée en Farad, ayant pour valeur 10^{-6} F ;
- ω est la pulsation du signal aux bornes du circuit, exprimée en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

La pulsation de coupure du filtre est définie par $\omega_C = \frac{1}{RC}$.

1. Calculer ω_c , puis montrer que $H(\omega_c) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.
2. Écrire $H(\omega_c)$ sous forme exponentielle.

La réponse en gain du circuit, notée G_{dB} et exprimée en décibel, vaut pour cette fréquence de coupure:

$$G_{dB} = 20 \log(|H(\omega_c)|)$$

où $|H(\omega_c)|$ est le module de $H(\omega_c)$.

3. Montrer que $G_{dB} = -10 \log(2)$.

On pose en cascade un deuxième filtre identique de même pulsation de coupure qui est tel que la fonction de transfert de ces deux filtres, notée $H_T(\omega_c)$, est égale au produit des fonctions de transfert de chacun des deux filtres. Ainsi:

$$H_T(\omega_c) = H(\omega_c) \times H(\omega_c).$$

4. Dédire de la question 2 le module et un argument de $H_T(\omega_c)$.

Solution :

Exercice 2 : *Mexique, 2023, STI2D*

On considère les nombres complexes

$$z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \quad \text{et} \quad z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

1. Exprimer sous forme exponentielle le produit $z_1 \times z_2$.
2. En déduire une forme trigonométrique de $z_1 \times z_2$.

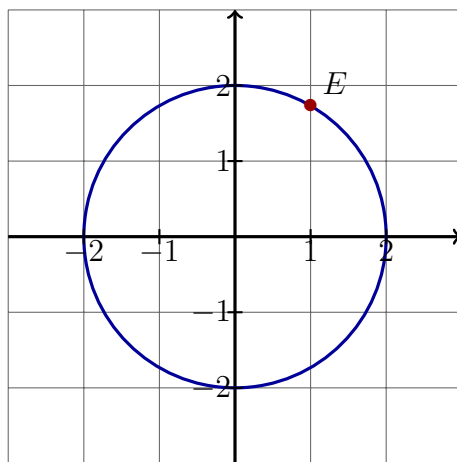
Solution :

Exercice 3 : *Métropole, 2023, STI2D*

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Sur le graphique suivant, on considère le point E dont l'affixe est notée: Z_E .



Par lecture graphique, donner l'écriture exponentielle de Z_E .

Solution :