

Exercice 1 : *Centres étrangers, 2022, STI2D*

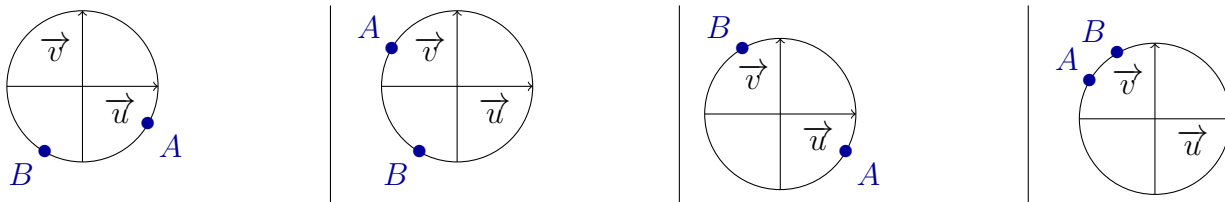
1. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soit A et B les points d'affixes respectives:

$$z_A = e^{i\frac{5\pi}{6}} \text{ et } z_B = e^{-i\frac{2\pi}{3}}.$$

- (a) Les points A et B sont correctement représentés sur l'une des figures ci-dessous.

Laquelle ? Aucune justification n'est attendue.



- (b) Montrer qu'un argument de $\frac{z_A}{z_B}$ est $\frac{-\pi}{2}$.

2. On considère un signal électrique dont l'expression en fonction du temps t est donnée par:

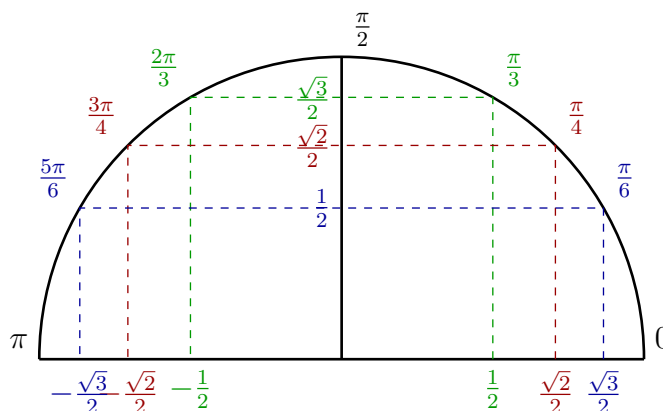
$$u(t) = \sqrt{3} \cos(t) - \sin(t).$$

- (a) Montrer que le signal u peut s'écrire pour tout t réel sous la forme :

$$u(t) = 2 \cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right).$$

- (b) Résoudre dans $[0 ; \pi[$, l'équation $u(t) = 1$.

On pourra s'aider du demi-cercle trigonométrique ci-dessous :



Solution :

Exercice 2 : *Métropole, 2021, STI2D*

1. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives :

$$z_A = 3e^{-i\frac{\pi}{3}} \quad \text{et} \quad z_B = -1 + i\sqrt{3}.$$

Les points O , A et B sont-ils alignés ?

2. La tension u aux bornes d'un générateur, exprimée en volt, dépendant du temps t , exprimé en seconde, est donnée à l'instant t par :

$$u(t) = 120 \cos(70t) - 120 \sin(70t).$$

- (a) Montrer que, pour tout t de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, $u(t) = 120\sqrt{2} \cos\left(70t + \frac{\pi}{4}\right)$.
- (b) En déduire la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$, exprimée en Hz, délivrée par le générateur, où ω désigne la pulsation.
On arrondira le résultat à l'unité.

Solution :

Exercice 3 : *Métropole, 2022, STI2D*

1. On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$:

On pose $z = \sqrt{3} - i$ et $z' = -\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.

- (a) Déterminer la forme exponentielle de z . Détailler les calculs.
 - (b) En déduire la forme exponentielle de $\frac{z}{z'}$.
2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$.
 - (a) Montrer que f est solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$.
 - (b) Montrer que, pour tout nombre réel x , $f(x) = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Solution :