

Exercice 1 : *Spécimen E3C, série technologique*

Un maître nageur dispose de 100 mètres de corde afin de délimiter une zone de baignade surveillée rectangulaire $ABCD$. Cette zone se situe en bordure d'une plage rectiligne représentée par la droite (AD) comme indiqué sur la figure ci-dessous. La corde est représentée par les traits en pointillés sur le graphique.

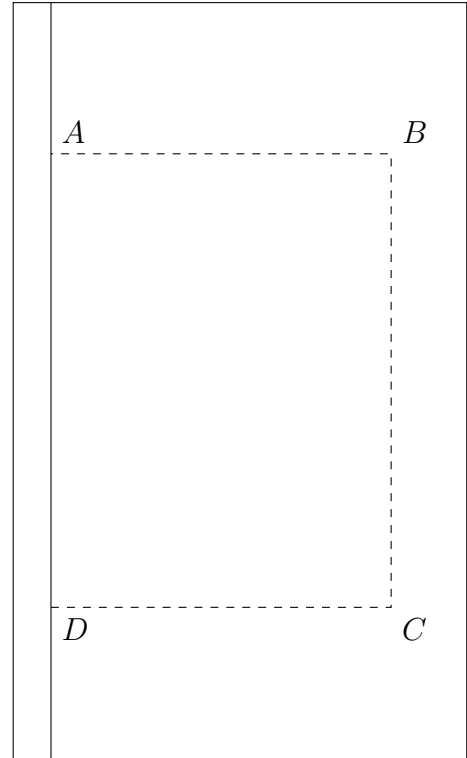
La maître nageur souhaite obtenir la plus grande surface de baignade possible.

On pose $AB = x$ avec x appartenant à l'intervalle $[0; 50]$.

1. Exprimer BC en fonction de x .
2. Montrer que l'aire de la zone de baignade est modélisée par la fonction S définie sur l'intervalle $[0; 50]$ par :

$$S(x) = -2x^2 + 100x$$

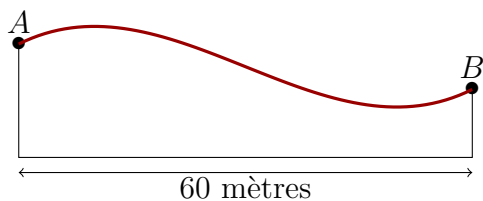
3. Résoudre l'équation $S(x) = 0$.
4. (a) Pour quelle valeur de x , la fonction S atteint-elle son maximum ?
(b) Quelles seront alors les dimensions et l'aire de la zone de baignade ?



Solution :

Exercice 2 : *Spécimen E3C, série technologique*

Pour la construction de son nouveau magasin de sport de glisse d'une profondeur de 60 mètres, une enseigne souhaite une toiture dont l'allure est représentée ci-dessous.



La toiture représentée par la courbe ci-dessus doit répondre à deux contraintes :

- Pour des raisons esthétiques, les pentes aux points A et B doivent être identiques.
- Pour des raison mécanique, la différence de hauteur entre le point le plus haut et le point le plus bas de la toiture ne doit pas dépasser 10 mètres.

Après étude, la toiture est représentée par la courbe de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 : 60]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{3\,000}x^3 - 0,03x^2 + 0,5x + 15$$

1. Déterminer $f'(x)$.
2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 60]$, on a :

$$f'(x) = 0,001(x - 10)(x - 50)$$

3. Les pentes de la toiture en A et en B sont-elles identiques ?
4. On sougaite savoir si la contrainte mécanique est respectée.
 - (a) Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 60]$.
 - (b) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 60]$.
 - (c) La contrainte mécanique est-elle respectée ?

Solution :