

Exercice 1 : *Spécimen E3C, série technologique*

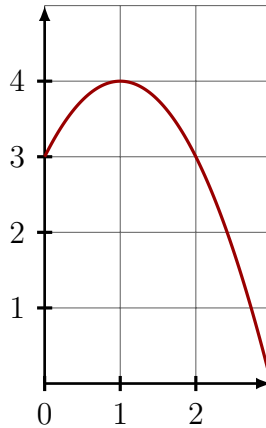
Un joueur de basket saute et lance un ballon de basket en l'air.

La hauteur du ballon, exprimée en mètre, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 3]$ par :

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3$$

où x désigne la distance au joueur.

La courbepreprésentative de la fonction f est donnée ci-dessous. Elle représente la trajectoire du ballon.



1. Déterminer par le calcul la hauteur du ballon au moment d'être lancé.
2. Vérifier que $f(x) = -(x + 1)(x - 3)$.
3. Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 0$.
L'une des deux solutions est positive, interpréter cette solution dans le contexte de l'exercice.
4. Déterminer $f'(x)$.
5. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 3]$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 3]$.
En déduire la hauteur maximale du ballon.

Solution :

Exercice 2 : *Spécimen E3C, série technologique*

Une entreprise produit des composants électroniques à une cadence maximale de 7 000 par jour.

On désigne par x le nombre de centaines de ces composants qu'elle fabrique par jour.

On a donc $0 \leq x \leq 70$.

Le coût de production des composants, exprimé en euros, est donné par la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 70]$ par :

$$f(x) = x^3 - 90x^2 + 2\,700x$$

dont la courbe $\mathcal{C}_f$ est représentée ci-dessous.

1. On suppose que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0; 70]$ et on désigne par f' sa dérivée.

- (a) Pour tout x dans l'intervalle $[0; 70]$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = 3(x - 30)^2$.

- (b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; 70]$.

2. On suppose que toute la production est vendue au prix de 900 euros la centaine de composants.

Pour x centaines de composants produits et vendus, on note $g(x)$ la recette journalière.

On a ainsi $g(x) = 900x$ pour tout x dans l'intervalle $[0; 70]$.

La courbe représentative $\mathcal{C}_g$ est par ailleurs représentée sur le graphique précédent.

Graphiquement, déterminer sur quel intervalle l'entreprise réalise un bénéfice positif.

3. On admet que la fonction h , définie sur l'intervalle $[0; 70]$, représentant le bénéfice journalier est donnée par:

$$h(x) = g(x) - f(x) = -x(x - 30)(x - 60)$$

Donner le tableau de signes de la fonction h sur l'intervalle $[0; 70]$.

4. A quel intervalle doit appartenir le nombre de composants électroniques pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif ?

Solution :

