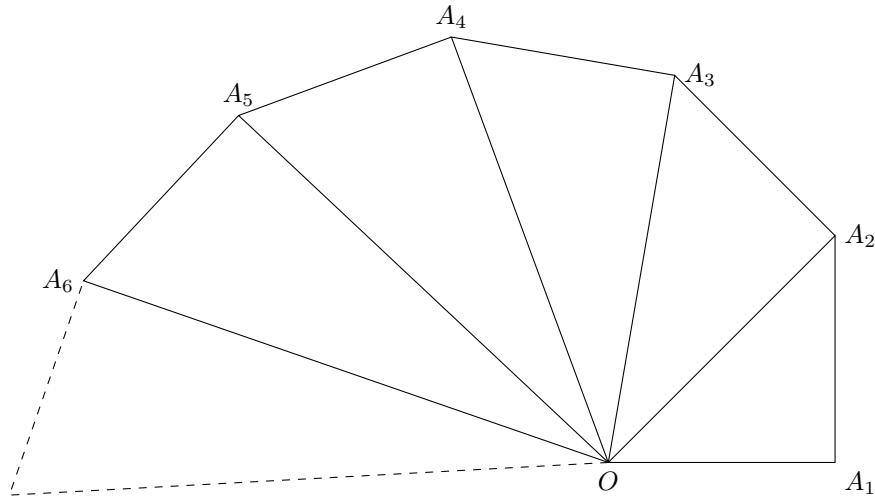


Escargot de Pythagore

L'escargot de Pythagore est une figure géométrique qui se construit de la manière suivante :

- On place le premier point A_1 tel que $OA_1 = 1$.
- On construit A_2 tel que OA_1A_2 est rectangle en A_1 et $A_1A_2 = 1$.
- On construit A_3 tel que OA_2A_3 est rectangle en A_2 et $A_2A_3 = 1$.
- etc...

On note, pour tout entier n , $\theta_n = \widehat{A_1OA_{n+1}}$ et $\alpha_n = \widehat{A_nOA_{n+1}}$.



1. Construire sur une feuille les premiers points $O, A_1, A_2, \dots, A_8$.
Représenter sur la figure les angles $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_7$ et $\theta_2, \theta_3, \dots, \theta_7$.
On essaiera de rendre la figure aussi propre que possible...
2. (a) Donner une relation simple entre les angles θ_n, θ_{n-1} et α_n .
On pourra s'appuyer sur le tracé précédent.
(b) Exprimer en fonction de n , le cosinus et le sinus de α_n .
3. Déterminer les longueurs OA_2, OA_3, OA_4 , puis OA_n pour tout entier n .
4. On se place dans la suite dans le repère orthonormal direct $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ où $\vec{i} = \overrightarrow{OA_1}$.
(a) On note $A_n(x_n; y_n)$ les coordonnées du point A_n .
Exprimer x_n et y_n en fonction de n et θ_{n-1} , puis de même x_{n+1} et y_{n+1} en fonction de n et de θ_{n-1} .
(b) En utilisant les formules trigonométriques :

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$$

Exprimer les coordonnées de x_{n+1} et y_{n+1} en fonction de n et x_n et y_n .

5. Ecrire un programme Python qui trace les N premiers points de l'escargot de Pythagore.