

Recherche d'une solution par balayage

Une entreprise produit des granulés de bois. Les bénéfices de cette entreprise sont modélisés par la fonction B définie, pour tout $x \in [0; 25]$ par :

$$B(x) = -x^3 + 20x^2 + 20x - 450$$

où x désigne la quantité de granulés vendue, en tonne, et $B(x)$ les bénéfices correspondants, en euro.

L'entreprise souhaite déterminer, à la centaine de kilogramme près, pour quelles productions elle peut faire des bénéfices.

Pour ce faire, elle souhaite utiliser un algorithme de balayage.

Le principe est le suivant : on évalue les recettes pour une certaine valeur de x , puis on regarde la valeur des recettes à $x + p$, où p est un réel fixé que l'on appelle le pas. On continue tant que les recettes ne changent pas de signe.

1. (a) Calculer les valeurs de $B(4)$, $B(5)$, $B(19)$ et $B(20)$.
(b) Combien de solutions $B(x) = 0$ admet-elle au minimum ?
2. Convertir 100 kilogrammes en tonne.

L'objectif est de compléter le programme suivant, écrit en Python, pour répondre à la question posée.

```
def B(x):  
    return ....  
  
def balayage(pas):  
    x=4  
    while B(x)<....:  
        x=...  
    return (x-pas, x)
```

3. Compléter la ligne 2 du programme à l'aide de l'expression algébrique de la fonction B .
4. Quel est le signe de $B(4)$? Compléter les lignes 6 et 7 de l'algorithme.
5. Exécuter `balayage(0.1)` puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

La méthode ci-dessus permet de déterminer la première solution de l'équation $B(x) = 0$.

6. En s'inspirant de cette méthode, donner une valeur approchée de la deuxième solution de l'équation $B(x) = 0$.
Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Plutôt que de chercher les valeurs pour lesquelles l'entreprise réalise des bénéfices, on souhaite chercher la production pour laquelle le bénéfice est maximal. On admet qu'il existe un réel a tel que la fonction B est croissante sur $[10; a]$ et décroissante sur $[a; 15]$.

7. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de a à l'aide d'un algorithme de balayage.
Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.