

Méthode des rectangles

Lorsqu'on souhaite calculer une intégrale mais qu'on n'est pas capable de déterminer une expression simple d'une primitive de la fonction à intégrer à l'aide des méthodes connues, on peut s'aider d'un programme pour encadrer cette intégrale.

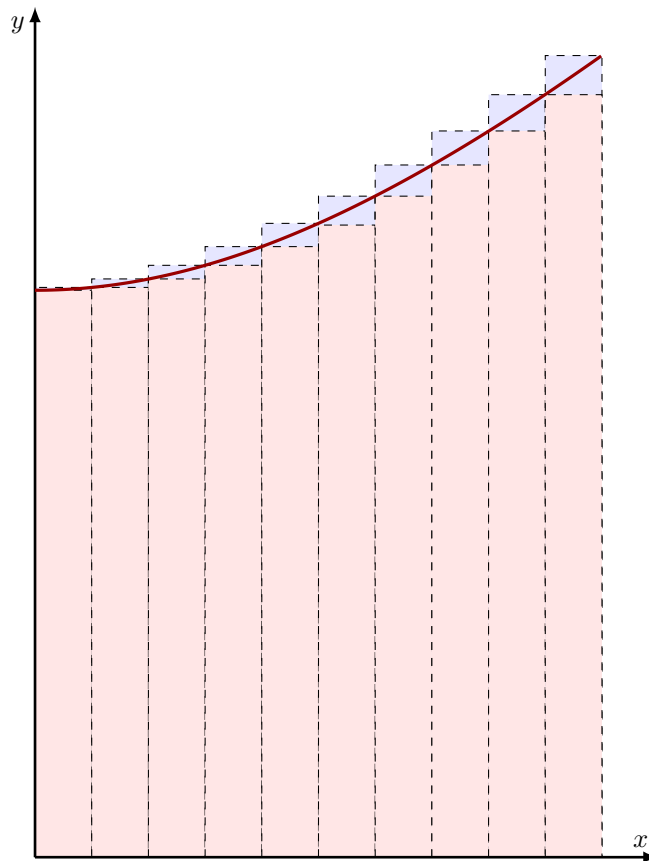
On souhaite par exemple encadrer l'intégrale :

$$I = \int_0^1 \sqrt{1+x^2} \, dx$$

Par définition, comme la fonction à intégrer est positive, I est égale à l'aire du domaine délimité par la courbe de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{1+x^2}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

La méthode des rectangles permet de réaliser cet encadrement en découpant l'intervalle $[0;1]$ en n intervalles de même amplitude égale à $\frac{1}{n}$.

Ainsi, I est comprise entre la somme des aires des n "petits" rectangles et la somme des aires des n "grands" rectangles. Plus le nombre n de rectangles est important, plus l'amplitude de l'encadrement de I est petite.



1. Ecrire une fonction en Python qui prend en paramètre un flottant x et qui renvoie $f(x)$.
2. Recopier puis compléter le programme suivant afin qu'il calcule la somme des aires des n "petits" rectangles.

```
def petits_rectangles(n):
    S=0
    for k in range(...):
        S=S+....*....
    return ....
```

3. Ecrire une fonction en Python qui renvoie la somme des aires des n "grands" rectangles.
4. Utiliser ces fonctions pour donner l'encadrement décimal à 10^{-4} près de I .
La commande intégrée `round(x,n)` permet d'arrondir un flottant x à 10^{-n} .
5. Modifier ces fonctions afin de déterminer l'encadrement décimal à 10^{-3} près de $\int_1^2 \frac{dx}{1+x^2}$