

Exercice 1: Automatismes (... / 6 points)

1. On considère le nombre $N = \frac{10^4}{2^2}$. On a :

(a) $N = 5^2$

(b) $N = 25 \times 10^2$

(c) $N = \frac{1}{10^2}$

(d) $N = 50$

2. Soit n un entier.

À quelle expression est égale $(4^n)^2$?

(a) Aucune de ces propositions

(b) 16^n

(c) 8^n

(d) 4^{n^2}

3. L'aire en dm^2 d'un carré de côté 100 mm est égale à :

(a) 4 dm^2

(b) $10\,000 \text{ dm}^2$

(c) 100 dm^2

(d) 1 dm^2

4. L'ensemble S des solutions de l'équation $(x - 6)^2 = 11$ est :

(a) $S = \{-\sqrt{11} - 6; \sqrt{11} - 6\}$

(c) $S = \{-\sqrt{11} + 6; \sqrt{11} + 6\}$

(b) $S = \{-\sqrt{11}; \sqrt{11}\}$

(d) $S = \{-\sqrt{11} + 6; -\sqrt{11} + 6\}$

5. Voici les 5 notes sur vingt obtenues par un élève en mathématiques :

Devoir	1	2	3	4	5
Note	11	13	10	10	x
Coefficient	1	1	1	1	2

On cherche ce que doit valoir x pour que la moyenne de l'élève soit égale 14.

(a) Impossible, il faudrait une note supérieure à 20.

(b) $x = 20$

(c) $x = 17$

(d) $x = 18$

6. Le prix d'un pantalon est 60 euros.

Il baisse de 5 %. Son nouveau prix est :

(a) 59,7 euros

(b) 63 euros

(c) 57 euros

(d) 59,95 euros

Solution :

Exercice 2: Spécialité Maths-Physique (... / 6 points)

1. Déterminer l'expression exponentielle des nombres complexes suivants :

(a) $z_1 = 3 + \sqrt{3}i$

(b) $z_2 = -\sqrt{2} - \sqrt{6}i$

2. Soient $z_3 = \sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$ et $z_4 = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

Ecrire les nombres complexes suivants sous forme exponentielle puis algébrique :

(a) $z_3 \times z_4$

(b) $\frac{z_3}{z_4}$

Solution :

1. (a) On a le module :

$$\begin{aligned} |z_1| &= \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} \\ &= \sqrt{12} \\ &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Finalement, $z_1 = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$

(b) On a le module :

$$\begin{aligned} |z_2| &= \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{6})^2} \\ &= \sqrt{2+6} \\ &= \sqrt{8} \\ &= \sqrt{2 \times 4} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Finalement, $z_2 = 2\sqrt{2}e^{-\frac{2i\pi}{3}}$

On a un argument θ_1

$$\begin{aligned} \cos(\theta_1) &= \frac{3}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{3 \times \sqrt{3}}{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{donc } \theta_1 &= \frac{\pi}{6} \quad (\text{à } 2\pi \text{ près}) \end{aligned}$$

On a un argument θ_2

$$\begin{aligned} \cos(\theta_2) &= \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{-1}{2} \\ \text{donc } \theta_2 &= -\frac{2\pi}{3} \quad (\text{à } 2\pi \text{ près}) \end{aligned}$$

2. (a) On a :

$$\begin{aligned} z_3 \times z_4 &= \sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}} \times 2e^{i\frac{\pi}{4}} \\ &= 2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}+i\frac{\pi}{4}} \\ &= 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{2}} \\ &= 2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) \\ &= 2\sqrt{2}(0 - i) \\ &= -2\sqrt{2}i \end{aligned}$$

(b) On a :

$$\begin{aligned} \frac{z_3}{z_4} &= \frac{\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}}{2e^{i\frac{\pi}{4}}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}-i\frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\pi} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos(-\pi) + i\sin(-\pi)) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

Exercice 1: Automatismes (... / 6 points)

1. On considère le nombre $N = \frac{10^5}{2^3}$. On a :

(a) $N = \frac{1}{10^2}$

(b) $N = 5^2$

(c) $N = 50$

(d) $N = 125 \times 10^2$

2. Soit n un entier.

À quelle expression est égale $(3^n)^3$?

(a) 3^{n^3}

(b) 3^{3+n}

(c) 27^n

(d) 9^n

3. L'aire en m^2 d'un carré de côté 10 dm est égale à :

(a) 1m^2

(b) $0,1 \text{ m}^2$

(c) 100 m^2

(d) 4 m^2

4. L'ensemble S des solutions de l'équation $(x - 7)^2 = 64$ est :

(a) $S = \{15\}$

(b) $S = \{-1; -15\}$

(c) $S = \{-15; 1\}$

(d) $S = \{-1; 15\}$

5. Voici les 4 notes sur vingt obtenues par un élève en mathématiques :

Devoir	1	2	3	4
Note	13	10	10	x
Coefficient	1	1	1	3

On cherche ce que doit valoir x pour que la moyenne de l'élève soit égale 15.

(a) $x = 18$

(b) Impossible, il faudrait une note supérieure à 20.

(c) $x = 19$

(d) $x = 16$

6. Le prix d'un vêtement est 25 euros.

Il baisse de 20 %. Son nouveau prix est :

(a) 24,5 euros

(b) 30 euros

(c) 20 euros

(d) 24,8 euros

Solution :

Exercice 2: Spécialité Maths-Physique (... / 6 points)

1. Déterminer l'expression exponentielle des nombres complexes suivants :

(a) $z_1 = \sqrt{3} - 3i$

(b) $z_2 = -\sqrt{6} + \sqrt{2}i$

2. Soient $z_3 = \sqrt{3}e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ et $z_4 = 3e^{i\frac{\pi}{3}}$.

Ecrire les nombres complexes suivants sous forme exponentielle puis algébrique :

(a) $z_3 \times z_4$

(b) $\frac{z_3}{z_4}$

Solution :

1. (a) On a le module :

$$\begin{aligned} |z_1| &= \sqrt{\sqrt{3}^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{12} \\ &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Finalement, $z_1 = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

- (b) On a le module :

$$\begin{aligned} |z_2| &= \sqrt{(-\sqrt{6})^2 + \sqrt{2}^2} \\ &= \sqrt{8} \\ &= \sqrt{4 \times 2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Finalement, $z_2 = 2\sqrt{2}e^{\frac{5i\pi}{6}}$.

On a un argument θ_1 :

$$\begin{aligned} \cos(\theta_1) &= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{2} \\ \text{donc } \theta_1 &= -\frac{\pi}{3} \text{ à } 2\pi \text{ près} \end{aligned}$$

On a un argument θ_2 :

$$\begin{aligned} \cos \theta_2 &= \frac{-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{-\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \text{donc } \theta_2 &= \frac{5\pi}{6} \text{ (à } 2\pi \text{ près)} \end{aligned}$$

2. (a) On a :

$$\begin{aligned}
 z_3 \times z_4 &= \sqrt{3}e^{-i\frac{2\pi}{3}} \times 3e^{i\frac{\pi}{3}} \\
 &= 3\sqrt{3}e^{-i\frac{2\pi}{3}+i\frac{\pi}{3}} \\
 &= 3\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{3}} \\
 &= 3\sqrt{3}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) \\
 &= 3\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{-1}{2}\right) \\
 &= \frac{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2} \\
 &= \frac{9}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

(b) On a :

$$\begin{aligned}
 \frac{z_3}{z_4} &= \frac{\sqrt{3}e^{-i\frac{2\pi}{3}}}{3e^{i\frac{\pi}{3}}} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{3}e^{-i\frac{2\pi}{3}-i\frac{\pi}{3}} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{3}e^{-i\pi} \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{3}(\cos(-\pi) + i\sin(-\pi)) \\
 &= \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-1) \\
 &= -\frac{\sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$