

# Suites numériques

## 1.1 Compétences Attendues

- Calculer un terme de rang donné d'une suite définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
- Modéliser une situation à l'aide d'une suite.
- Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite.

## 1.2 Exercices

### Exercice 1:

On définit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  par une relation de la forme  $u_n = f(n)$  pour une certaine fonction  $f$ . Déterminer  $u_0$  ;  $u_1$  ;  $u_2$  ;  $u_3$  et  $u_4$ . Arrondir éventuellement à  $10^{-2}$ .

- |                                             |                                                |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 1. Pour $n \in \mathbb{N}$ , $u_n = 4 - 2n$ | 2. Pour $n \in \mathbb{N}$ , $u_n = (3, 11)^n$ |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------|

### Exercice 2:

On définit la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  par une relation de la forme  $u_n = f(n)$  pour une certaine fonction  $f$ . Déterminer  $u_0$  ;  $u_1$  ;  $u_2$  ;  $u_3$  et  $u_4$ . Arrondir éventuellement à  $10^{-2}$ .

- |                                                  |                                                    |
|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 1. Pour $n \in \mathbb{N}$ , $u_n = 100(0, 9)^n$ | 2. Pour $n \in \mathbb{N}$ , $u_n = \frac{4}{n+2}$ |
|--------------------------------------------------|----------------------------------------------------|

### Exercice 3:

- |                                                    |                                                     |
|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 1. $u_n = \frac{-n-4}{3n+6}$ .<br>Calculer $u_5$ . | 3. $u_n = \frac{-5n-3}{3n+7}$ .<br>Calculer $u_8$ . |
| 2. $u_n = -9n - 7$ .<br>Calculer $u_6$ .           | 4. $u_n = (n-1)(n+3)$ .<br>Calculer $u_3$           |

### Exercice 4:

- |                                                |                                               |
|------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1. $u_n = 3n + 3$ .<br>Calculer $u_6$ .        | 3. $u_n = 2n^2 + n + 3$ .<br>Calculer $u_4$ . |
| 2. $u_n = 2n^2 - 7n - 9$ .<br>Calculer $u_3$ . | 4. $u_n = 2n^4 + n + 3$ .<br>Calculer $u_2$ . |

### Exercice 5:

- |                                                            |                                                          |
|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 1. $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = v_n - 12$ .<br>Calculer $v_1$ . | 3. $w_0 = -5$ et $w_{n+1} = -2w_n$ .<br>Calculer $w_1$ . |
| 2. $v_0 = -3$ et $v_{n+1} = v_n + 2$ .<br>Calculer $v_1$ . | 4. $w_0 = 6$ et $w_{n+1} = -3w_n$ .<br>Calculer $w_1$ .  |

### Exercice 6:

- |                                                               |                                                               |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| 1. $w_0 = -4$ et $w_{n+1} = 5 - w_n^2$ .<br>Calculer $w_1$ .  | 3. $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 4u_n - 6n$ .<br>Calculer $u_1$ .   |
| 2. $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = -2 - u_n^2$ .<br>Calculer $u_1$ . | 4. $v_0 = -2$ et $v_{n+1} = -2v_n + 5n$ .<br>Calculer $v_1$ . |

### Exercice 7:

- |                                                              |                                                              |
|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| 1. $v_0 = 0$ et $v_{n+1} = v_n - 1$ .<br>Calculer $v_3$ .    | 3. $v_0 = -1$ et $v_{n+1} = -3v_n + 3$ .<br>Calculer $v_3$ . |
| 2. $w_0 = 3$ et $w_{n+1} = -3 - w_n^2$ .<br>Calculer $w_4$ . | 4. $v_0 = -4$ et $v_{n+1} = v_n + 9$ .<br>Calculer $v_3$ .   |

### Exercice 8:

- |                                                              |                                                            |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| 1. $w_0 = -1$ et $w_{n+1} = -5w_n$ .<br>Calculer $w_2$ .     | 3. $v_0 = 3$ et $v_{n+1} = 3v_n + 4$ .<br>Calculer $v_5$ . |
| 2. $v_0 = 10$ et $v_{n+1} = -2v_n + n$ .<br>Calculer $v_5$ . | 4. $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n - 9n$ .<br>Calculer $u_2$ . |

### Exercice 9:

Soit  $(w_n)$  la suite vérifiant, pour tout entier naturel  $n$  non nul, la relation  $w_{n+1} = 2w_n - n^2 + 2$  et de premier terme  $w_0 = 3$ .  
Calculer les termes  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$ ,  $w_4$  et  $w_5$ .

**Exercice 10:**

On appelle suite de Fibonacci la suite  $(F_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :

$$\begin{cases} F_{n+2} &= F_{n+1} + F_n \\ F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \end{cases}$$

Déterminer les six premiers termes de la suite de Fibonacci.

**Exercice 11:**

On définit, pour tout entier naturel  $n$ , la suite  $(u_n)$  définie par :

$$\begin{cases} u_{n+2} &= u_{n+1} - 2u_n \\ u_0 &= 2 \\ u_1 &= 4 \end{cases}$$

Déterminer les cinq premiers termes de la suite.

**Exercice 12:**

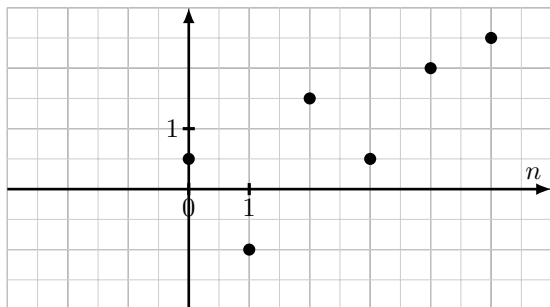
Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites définies pour tout entier naturel  $n$  par :

$$\begin{cases} u_{n+1} &= 2u_n - v_n \\ v_{n+1} &= v_n - 2u_n \\ u_0 &= 4 \\ v_0 &= -1 \end{cases}$$

Calculer les cinq premiers termes de ces deux suites.

**Exercice 13:**

Le graphique ci-dessous donne les six premiers points de la représentation graphique d'une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

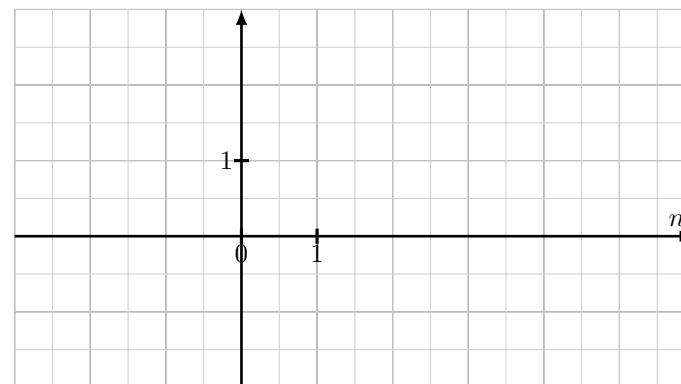


1. Déterminer graphiquement  $u_0$  ;  $u_1$  ;  $u_2$  ;  $u_3$  ;  $u_4$  et  $u_5$

2. La suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle strictement croissante sur  $\mathbb{N}$  ? strictement décroissante sur  $\mathbb{N}$  ? Ni strictement croissante, ni strictement décroissante ?

**Exercice 14:**

1. Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $u_n = 0,1n^2 - 4$ . Calculer  $u_8$
2. Soit  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $v_n = \frac{5}{3n-1}$ . Calculer  $v_3$
3. Soit  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite définie par son premier terme  $w_0 = 1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $w_{n+1} = -2w_n + 5$ .
  - (a) Calculer  $w_1$  et  $w_2$
  - (b) Représenter graphiquement dans le repère ci-dessous la suite  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$

**Exercice 15:**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_0 = 1$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = -2u_n + 1$

1. Calculer  $u_1$  ;  $u_2$  ;  $u_3$  et  $u_4$
2. Représenter graphiquement la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  à l'aide des valeurs ci-dessus.
3. La suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle croissante, décroissante ou ni l'un ni l'autre ?

**Exercice 16:**

On considère une suite  $(u_n)$  vérifiant, pour tout entier naturel  $n$ , la relation de récurrence  $u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n$ .

1. La connaissance du premier terme  $u_0$  est-elle suffisante pour calculer les autres termes ?
2. On choisit  $u_0 = 0$  et  $u_1 = 1$  pour la suite.

- Calculer les sept premiers termes de la suite  $(u_n)$  et représenter ces termes sur un graphique.
- Conjecturer le sens de variation de  $u_n$ . On admettra que cette conjecture est vraie pour la suite.
- Justifier alors que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  est positif.

**Exercice 17:**

Soient  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  deux suites définies sur  $\mathbb{N}$  par  $u_n = -2n + 7$  et  $v_n = 2^n$ .

- Exprimer  $u_{n+1}$  puis  $v_{n+1}$  en fonction de  $n$
- Calculer  $u_{n+1} - u_n$  puis  $v_{n+1} - v_n$ . Que peut-on en déduire sur le sens de variation des suites ?

**Exercice 18:**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_n = 3n + 5$ .

- Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $n$ .
- Calculer  $u_{n+1} - u_n$ . Que peut-on en déduire sur le sens de variation de la suite ?

**Exercice 19:**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_n = n^2 - n + 8, 5$ .

- Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $n$ .
- Calculer  $u_{n+1} - u_n$ . Que peut-on en déduire sur le sens de variation de la suite ?

**Exercice 20:**

Déterminer dans chaque cas, le sens de variation de la suite.

- |                                                                                                                  |                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ol style="list-style-type: none"> <li><math>u_n = n^2 - 2n + 1</math></li> <li><math>v_n = -n</math></li> </ol> | $\left  \begin{array}{l} 3. w_n = \frac{1}{n} \\ 4. t_n = \frac{n+5}{2n+1} \end{array} \right.$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|

**Exercice 21:**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_{n+1} = u_n + n^2$ .  
Déterminer le sens de variation de la suite.

**Exercice 22:**

Dans une agence de France Travail, au 1er janvier 2024, il y a 480 demandeurs d'emploi. Les statistiques ont permis au directeur d'agence de prévoir que chaque trimestre, 125 personnes viennent s'inscrire et 38% retrouvent un emploi. Le nombre de demandeurs d'emploi est modélisé à l'aide d'une suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  où  $u_n$  représente le nombre de demandeurs d'emploi au début de  $n$ -ième trimestre après le 1 janvier 2024.

- Calculer  $u_1$ .
- Calculer le nombre de demandeurs d'emploi au début du 2ème puis du 3ème trimestre 2024.
- Justifier que la situation précédente peut être modélisée par  $u_{n+1} = 0,62u_n + 125$ .
- Combien de demandeurs d'emploi peut-on estimer le 1er janvier 2026 ?
- Le directeur de l'agence souhaite que le nombre de demandeurs d'emploi diminue de 30% par rapport au premier trimestre 2024. Pourra-t-il atteindre son objectif ? Si oui, à quelle date ?

**Exercice 23:**

Après inscription à une salle de sport, la masse d'un homme de 90 kilos évolue chaque mois de la manière suivante :

- Il perd 4% de sa masse ;
- Il prend un kilogramme supplémentaire.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $v_n$  la masse de l'homme, en kilogramme, au bout de  $n$  mois.

- Déterminer la valeur de  $v_0$ .
- Exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ .
- Quelle sera la masse de cet homme au bout de 3 mois ?

**Exercice 24:**

Un cybercafé propose le tarif suivant pour jouer en ligne : le client paie 3 euros l'entrée au cybercafé auxquels s'ajoutent 2 euros par heure de jeu.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $n$  le nombre d'heures passées à jouer et  $u_n$  le prix à payer pour jouer  $n$  heures.

- Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- Combien le client va-t-il payer s'il joue 6 heures de suite ?
- Résoudre dans  $\mathbb{N}$  l'inéquation  $u_n \geq 50$ , puis interpréter le résultat obtenu.

**Exercice 25:**

Une association sportive de Dordogne comptant 850 membres voit son nombre d'adhérents augmenter de 5% tandis que 10 personnes quittent l'association tous les ans. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite.

**Exercice 26:**

Le budget, initialement de 75 000 euros, alloué à un service administratif diminue de 2% tous les ans. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite.

**Exercice 27:**

La proportion de déchets recyclés parmi les déchets d'emballages ménagers augmente de 4% tous les ans. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite.

**Exercice 28:**

Le chiffre d'affaires d'une entreprise en difficulté baisse de 1,8% chaque année. Modéliser cette situation par une suite.

**Exercice 29:**

Une ville comporte 250 000 habitants. Chaque année, 10% des habitants disparaissent (déménagements ou décès) et 3 000 habitants s'installent. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite.

**Exercice 30:**

Dans un lac il a 1 000 poissons. Malheureusement, chaque année, 5% des poissons disparaissent. Afin de maintenir un nombre de poissons suffisant, la société de pêche introduit chaque année 500 alevins.

1. Quel sera le nombre de poissons au bout d'un an ?
2. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite.