

Exercice 1:

L'objectif de cet exercice est l'étude d'une fonction f à l'aide du logiciel GeoGebra en conjecturant certaines propriétés de cette fonction f puis en vérifiant par des calculs appropriés ces propriétés.

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -2xe^x - x + 2$$

1. (a) A l'aide du logiciel et en expliquant votre méthode, conjecturer la limite de f lorsque x tend vers $+\infty$.
On indiquera sur la copie l'éventuelle commande utilisée.

- (b) A l'aide du logiciel et en expliquant votre méthode, conjecturer la limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
On indiquera sur la copie l'éventuelle commande utilisée.

2. (a) A l'aide du logiciel, conjecturer le sens de variations de la fonction f .
On représentera le résultat dans un tableau de variation.

- (b) Donner la dérivée de f donnée par le logiciel.
On indiquera sur la copie l'éventuelle commande utilisée.

- (c) Retrouver ce résultat par le calcul en détaillant la méthode.

3. On rappelle que l'équation de la tangente T au point d'abscisse a est donnée par :

$$T : y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

- (a) A l'aide du logiciel, déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse $a = 0$.

- (b) Démontrer ce résultat par le calcul.

4. (a) A l'aide du logiciel, donner la valeur de $I = \int_{-2}^0 f(x) dx$ arrondie à 10^{-2} près.

En déduire, en unité d'aires, l'aire \mathcal{A} du domaine du plan délimité par la courbe \mathcal{C}_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$.

- (b) Déterminer, par le calcul la valeur exacte de I .
On pourra utiliser une intégration par parties.

Exercice 2:

Un institut a réalisé un sondage sur l'intérêt des Français pour les Jeux Olympiques qui ont eu lieu à Paris en août 2024.

1. Ce sondage a donné les résultats suivants :

- 8,8 % des sondés ont acheté des places pour ces Jeux Olympiques.
- Parmi les sondés ayant acheté des places pour ces Jeux Olympiques, 95 % ont déclaré avoir également suivi ces Jeux Olympiques à la télévision.
- Parmi les sondés n'ayant pas acheté des places pour ces Jeux Olympiques, 75 % ont déclaré avoir également suivi ces Jeux Olympiques à la télévision.

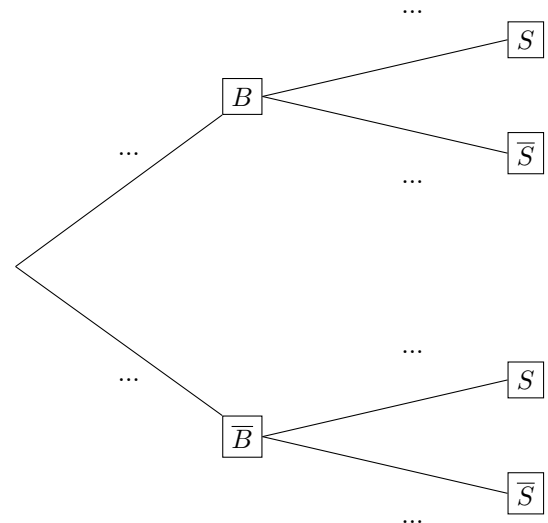
On choisit au hasard une personne interrogée lors de ce sondage. Toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.

On s'intéresse alors aux évènements suivants :

- B : "la personne sondée a acheté des places pour ces Jeux Olympiques".
- S : "la personne sondée a suivi ces Jeux Olympiques à la télévision".

On note respectivement \bar{B} et \bar{S} les évènements contraires de B et S .

(a) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



(b) Calculer la probabilité que la personne sondée ait acheté des places et ait également suivi ces Jeux Olympiques à la télévision.

(c) Montrer que $\mathbb{P}(S) = 0,7676$.

(d) Le responsable du sondage affirme que, parmi les personnes n'ayant pas suivi ces Jeux Olympiques à la télévision, moins de 2 % ont déclaré avoir acheté des places.

Justifier cette affirmation.

2. On choisit au hasard 200 personnes interrogées lors de ce sondage. Le nombre de personnes interrogées est assez grand pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 200 personnes interrogées, associe le nombre de personnes disant avoir suivi ces Jeux Olympiques à la télévision.

On admet que la probabilité pour qu'une personne interrogée dise avoir suivi ces Jeux Olympiques à la télévision est égale à 0,77.

- (a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- (b) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et en donner une interprétation dans le cadre de cet exercice.
- (c) Calculer la probabilité pour que, dans un tel prélèvement, exactement 155 personnes disent avoir suivi ces Jeux Olympiques à la télévision. Arrondir le résultat au millième.
- (d) Calculer $P(X \leq 149)$. Arrondir le résultat au millième.
- (e) Calculer la probabilité pour que, dans un tel prélèvement, au moins 150 personnes disent avoir suivi ces Jeux olympiques à la télévision. Arrondir le résultat au millième.