NOM Prénom :

Interrogation 17 - Sujet A - 15 minutes — 1ère tronc commun (Contrôle continue)

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. La seule égalité vraie est :

   (a) $40 \times \dfrac{1}{40^4} = 40^3$ | (b) $3^{-3} \times 7^{-3} = 21^{-6}$ | (c) $(30^{-8})^6 = 30^{-2}$ | (d) $\boxed{\dfrac{5^{-6}}{5^{11}} = 5^{-17}}$

2. Une simplification de $9x - \dfrac{x}{2}$ est :

   (a) $\dfrac{15}{2}x$ | (b) $\boxed{\dfrac{17}{2}x}$ | (c) $\dfrac{21}{2}x$ | (d) $-\dfrac{15}{2}x$

3. On note (I) l'inéquation, sur $[0\,;+\infty[$, $\sqrt{x} < 8$.
   L'ensemble des solutions S de cette inéquation est :

   (a) $S = [0\,;\sqrt{8}[$ | (b) $S = [0\,;8[$ | (c) $S = [0\,;4[$ | (d) $\boxed{S = [0\,;64[}$

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 6 points)*

1. Soit $f(x) = 3x^3 - 19x^2 + 150x + 621$. Déterminer une expression de la dérivée $f'(x)$.

2. Soit f une fonction dérivable sur $[12; 41]$. On donne ci-dessous le tableau de signes de $f'(x)$.
   Compléter le tableau de variation de f.

x	12		15		41
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$					

3. Une urne contient deux boules blanches et huit boules noires. On tire deux boules de l'urne au hasard successivement et avec remise.

   (a) Construire un arbre de probabilités modélisant la situation.

   (b) Calculer la probabilité des événements suivants:

      i. A : "Les deux boules tirées sont noires"

      ii. B : "Une seule des deux boules tirées est noire"

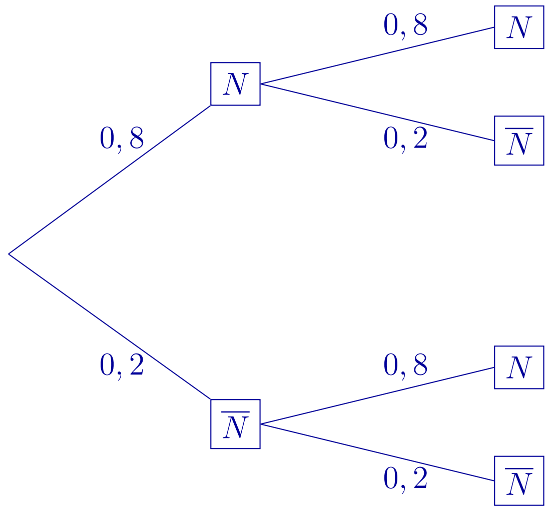
Solution :

1. On a $f'(x) = 9x^2 - 38x + 150$.

2. On a le tableau suivant :

x	12		15		41
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

3. (a) On a l'arbre de probabilité suivant :

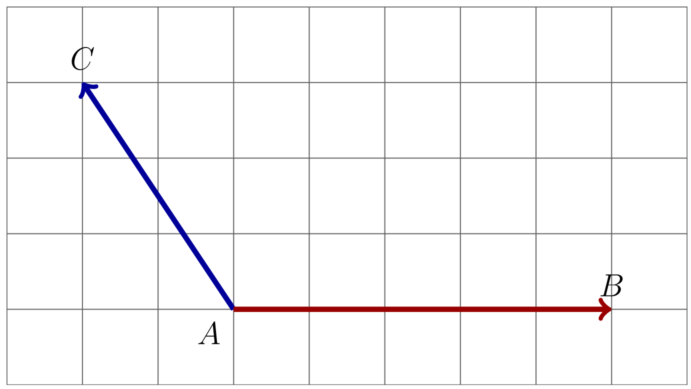


i. On a $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(N \cap N) = 0,8 \times 0,8 = 0,64$.

ii. On a $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(N \cap \overline{N}) + \mathbb{P}(N \cap \overline{N}) = 2 \times 0,2 \times 0,8 = 0,32$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(... / 3 points)*

1. Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\text{i}$.
2. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $z_2 = 5\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$.
3. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$:



Solution :

1. On a le module $|z_1| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$.

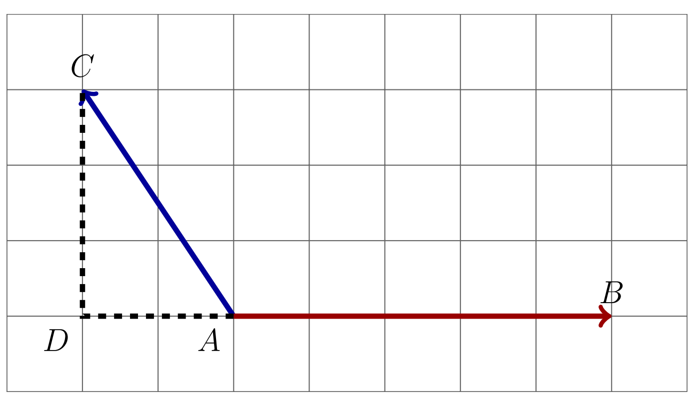
   On cherche θ tel que $\cos(\theta) = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

   On a donc un argument $\theta = \frac{\pi}{3}$.

   D'où $z_1 = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

2. On a $z_2 = 5\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = \frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$

3. On introduit le point D tel que :



On a donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -\|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AD}\| = -5 \times 2 = -10$.

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. La seule égalité vraie est :

   (a) $\boxed{60 \times \frac{1}{60^6} = 60^{-5}}$ | (b) $6^{-6} \times 7^{-6} = 42^{-12}$ | (c) $\frac{12^{-10}}{12^{17}} = 12^7$ | (d) $(60^{-8})^6 = 60^{-2}$

2. Une simplification de $\frac{x}{10} - 7x$ est :

   (a) $\frac{63}{10}x$ | (b) $\boxed{-\frac{69}{10}x}$ | (c) $-\frac{63}{10}x$ | (d) $\frac{77}{10}x$

3. On note (I) l'inéquation, sur $[0\,;+\infty[$, $\sqrt{x} \geq 3$.
   L'ensemble des solutions S de cette inéquation est :

   (a) $S = [3\,;+\infty[$ | (b) $S = [\sqrt{3}\,;+\infty[$ | (c) $\boxed{S = [9\,;+\infty[}$ | (d) $S = [1,5\,;+\infty[$

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 5 points)*

1. Soit $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 120x + 431$. Déterminer une expression de la dérivée $f'(x)$.

2. Soit f une fonction dérivable sur $[-6; 4]$. On donne ci-dessous le tableau de signes de $f'(x)$.
   Compléter le tableau de variation de f.

x	-6		1		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$					

3. Une urne contient trois boules blanches et deux boules noires. On tire deux boules de l'urne au hasard successivement et avec remise.

   (a) Construire un arbre de probabilités modélisant la situation.

   (b) Calculer la probabilité des événements suivants:

      i. A : "Les deux boules tirées sont noires"

      ii. B : "Une seule des deux boules tirées est noire"

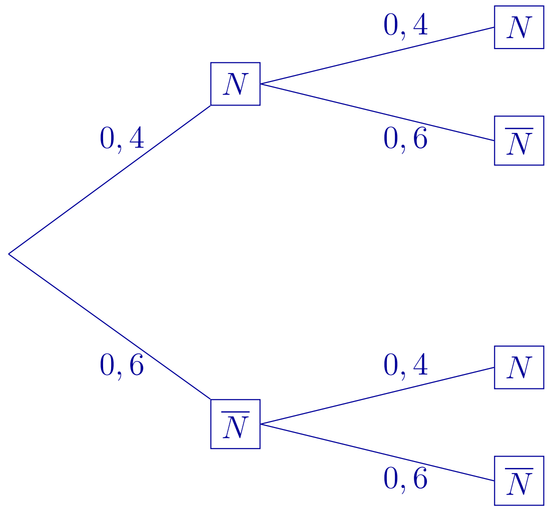
Solution :

1. On a $f'(x) = 6x^2 - 42x + 120$.

2. On a le tableau suivant :

x	-6		1		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

3. (a) On a l'arbre de probabilité suivant :

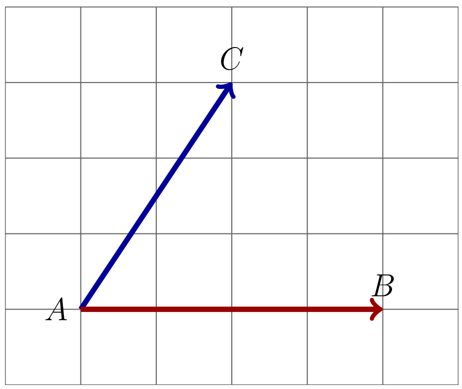


i. On a $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(N \cap N) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$.

ii. On a $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(N \cap \overline{N}) + \mathbb{P}(N \cap \overline{N}) = 2 \times 0,4 \times 0,6 = 0,48$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*

1. Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $z_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}\text{i}$.
2. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $z_2 = 3\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$.
3. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$:



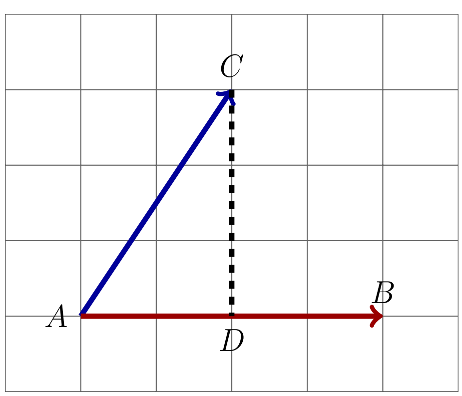
Solution : Solution :

1. On a le module $|z_1| = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$.

   On cherche θ tel que $\cos(\theta) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(\theta) = \dfrac{1}{2}$.

   On a donc un argument $\theta = \dfrac{\pi}{6}$.

   D'où $z_1 = \cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.
2. On a $z_2 = 3\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right) = \dfrac{3\sqrt{2}}{2} - \dfrac{3\sqrt{2}}{2}i$
3. On introduit le point D tel que :



On a donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AD}\| = 4 \times 2 = 8$.