Exercice 1: Automatismes *(. . . / 6 points)*

1. Une urne contient 3 jetons rouges et 5 jetons noirs.
   On choisit au hasard un jeton, puis un deuxième **sans remettre** le premier dans l'urne.
   La probabilité que le deuxième jeton soit noir sachant que le premier jeton tiré est rouge est égale à :

   (a) $\frac{5}{7}$ (b) $\frac{4}{7}$ (c) $\frac{5}{8}$ (d) $\frac{3}{8}$

2. Un prix diminue de 30 % puis augmente de 30 %.
   Après ces deux évolutions, on peut affirmer que :

   (a) Le prix est strictement inférieur à sa valeur de départ.
   (b) Le prix est strictement supérieur à sa valeur de départ.
   (c) Le prix est égal à sa valeur de départ.
   (d) On ne peut pas savoir : cela dépend de la valeur de départ.

3. Parmi les quatre propositions, laquelle est un ordre de grandeur de la contenance d'une baignoire ?

   (a) 20 000 mL (b) 2 000 mL (c) 200 000 mL (d) 2 000 000 mL

4. Quelle unité convient pour compléter la phrase suivante ?
   La contenance d'une cuillère à café est d'environ 6 ...

   (a) dL (b) cL (c) L (d) mL

5. Soit x un réel.
   À quelle expression est égale $-(x-3)^2-4$?

   (a) $-x^2+6x-5$ (b) $-x^2+3x-13$ (c) $-x^2+6x-13$ (d) $-x^2-6x-13$

6. On note (I) l'inéquation, sur $\mathbb{R}^*$, $\frac{1}{x} > -4$.
   L'ensemble des solutions S de cette inéquation est :

   (a) $S =]-\infty\,;\,-4[\cup]0\,;\,+\infty[$
   (c) $S = \left]-\frac{1}{4}\,;\,0\right[$
   (b) $S =]-4\,;\,0[$
   (d) $S = \left]-\infty\,;\,-\frac{1}{4}\right[\cup]0\,;\,+\infty[$

Exercice 2: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 6 points)*
Dans cet exercice, on admettra la formule suivante, valable pour tous réels a et b :

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

1. A l'aide de cette formule, démontrer les formules suivantes :
   (a) Pour tout réel x, $\cos(x-\pi) = -\cos(x)$.
   (b) Pour tout réel x, $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin(x)$.
2. Montrer que, pour tout réel x, $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$.
3. Justifier que, pour tout réel x, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.
4. En déduire que pour tout réel x, $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x)$.
5. En appliquant la formule précédente pour $x = \frac{\pi}{8}$, déterminer la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
6. *(bonus)* En utilisant la même méthode, déterminer la valeur de $\sin\left(\frac{\pi}{16}\right)$.

Solution :

Exercice 1: Automatismes *(... / 6 points)*

1. Une urne contient 6 jetons rouges et 2 jetons noirs.
   On choisit au hasard un jeton, puis un deuxième **sans remettre** le premier dans l'urne.
   La probabilité que le deuxième jeton soit noir sachant que le premier jeton tiré est rouge est égale à :

   (a) $\dfrac{5}{8}$ (b) $\dfrac{6}{7}$ (c) $\dfrac{3}{4}$ (d) $\dfrac{2}{7}$

2. Un prix augmente de 20 % puis diminue de 20 %.
   Après ces deux évolutions, on peut affirmer que :

   (a) Le prix est strictement inférieur à sa valeur de départ.
   (b) Le prix est strictement supérieur à sa valeur de départ.
   (c) Le prix est égal à sa valeur de départ.
   (d) On ne peut pas savoir : cela dépend de la valeur de départ.

3. Parmi les quatre propositions, laquelle est un ordre de grandeur de la longueur d'un stylo ?

   (a) $0,015$ m (b) $1,5$ m (c) 15 m (d) $0,15$ m

4. Quelle unité convient pour compléter la phrase suivante ?
   L'épaisseur d'un téléphone portable est d'environ 8 ...

   (a) mm (b) cm (c) m (d) dm

5. Soit x un réel.
   À quelle expression est égale $-4(x+4)^2-2$?

   (a) $-4x^2-16x-66$ (b) $-4x^2-32x-62$ (c) $-4x^2+32x-66$ (d) $-4x^2-32x-66$

6. On note (I) l'inéquation, sur $\mathbb{R}^*$, $\dfrac{1}{x} \geq 5$.
   L'ensemble des solutions S de cette inéquation est :

   (a) $S = \left]0\,;\,\dfrac{1}{5}\right]$
   (b) $S =]-\infty\,;\,0[\cup]5\,;\,+\infty[$
   (c) $S =]0\,;\,5]$
   (d) $S =]-\infty\,;\,0[\cup\left]\dfrac{1}{5}\,;\,+\infty\right[$

Exercice 2: Spécialité Maths-Physique *(... / 6 points)*
Dans cet exercice, on admettra la formule suivante, valable pour tous réels a et b :

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

1. A l'aide de cette formule, démontrer les formules suivantes :
   (a) Pour tout réel x, $\cos(x+\pi) = -\cos(x)$.
   (b) Pour tout réel x, $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin(x)$.
2. Montrer que, pour tout réel x, $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$.
3. Justifier que, pour tout réel x, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.
4. En déduire que pour tout réel x, $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$.
5. En appliquant la formule précédente pour $x = \frac{\pi}{8}$, déterminer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
6. *(bonus)* En utilisant la même méthode, déterminer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{16}\right)$.

Solution :