NOM Prénom:

Devoir surveillé 4 - 120 minutes TSTI2D

Exercice 1 : *(... / 6 points)*

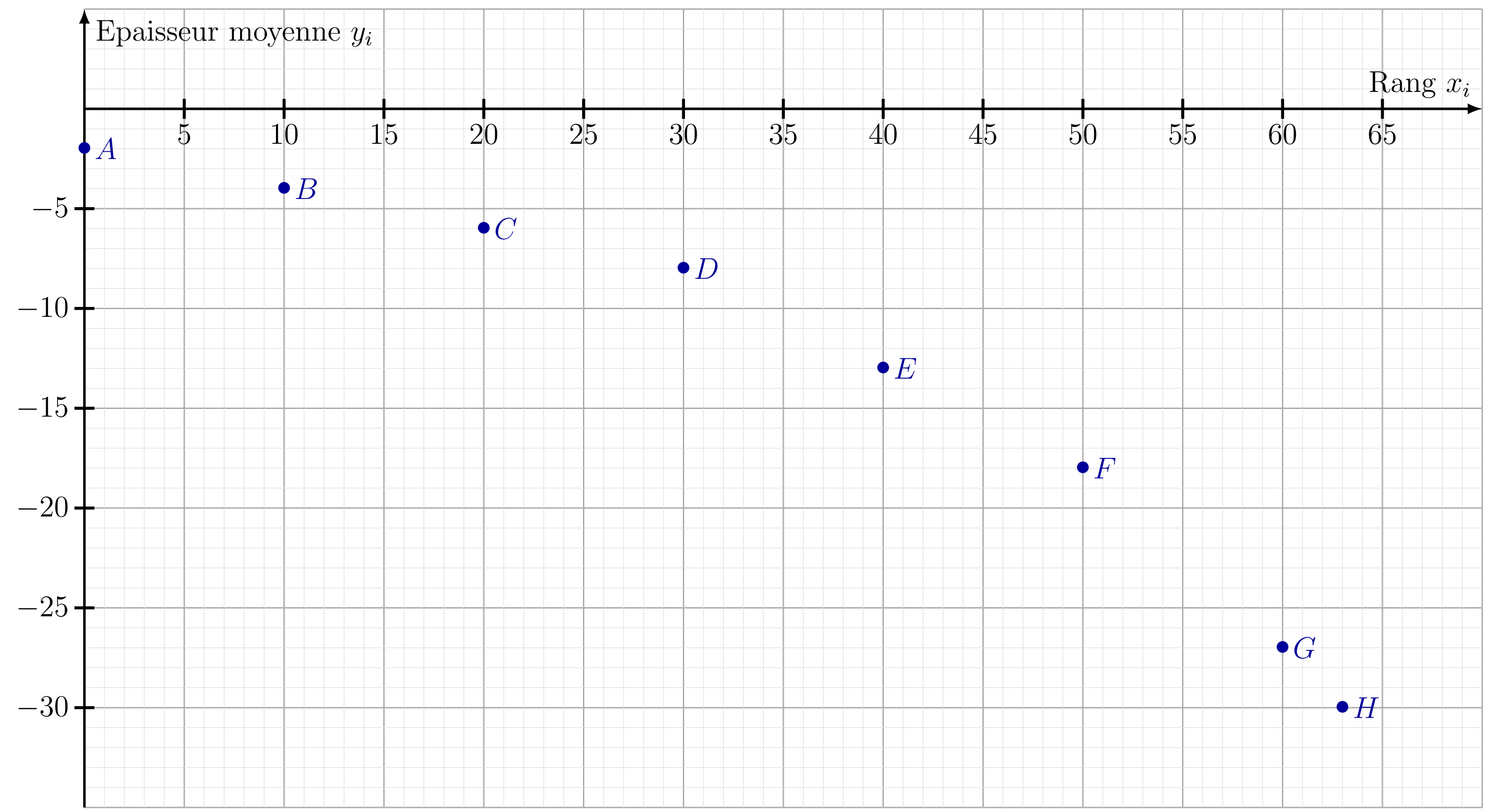
On s'intéresse à l'évolution de l'épaisseur moyenne des glaciers au niveau mondial.

Le tableau ci-dessous donne les variations en mètre de l'épaisseur moyenne de tous les glaciers par rapport à 1956, année de référence. Le rang 0 correspond à l'année 1960.

Par exemple, on peut lire dans le tableau que les glaciers ont perdu, en moyenne, 2 mètres d'épaisseur entre 1956 et 1960 et 4 mètres d'épaisseur entre 1956 et 1970.

Année	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2020	2023
Rang $\mathbf{x_i}$	0	10	20	30	40	50	60	63
Épaisseur $\mathbf{y_i}$ (en mètre)	-2	-4	-6	-8	-13	-18	-27	-30

Le graphique ci-dessous représente le nuage de points correspondant aux données du tableau.



1. Peut-on penser qu'un ajustement affine de y en x est approprié? Justifier.

2. Pour chaque épaisseur x_i, on pose $z_i = \log(-y_i)$.

   Recopier et compléter les colonnes du tableau suivant. On arrondira les résultats à 10^{-3}.

Rang $\mathbf{x_i}$	0	10	20	30	40	50	60	63
Épaisseur $\mathbf{y_i}$ (en mètre)	-2	-4	-6	-8	-13	-18	-27	-30
$\mathbf{z_i}$								

3. On envisage un ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés, c'est-à-dire à l'aide de la calculatrice.
   (a) Préciser le coefficient de corrélation linéaire r. Arrondir à 10^{-3}. Que peut-on en déduire ?
   (b) Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x. On arrondira les coefficients à 10^{-3}.
4. En déduire une expression de y en fonction de x.
5. Avec ce modèle, estimer l'épaisseur moyenne perdue par les glaciers en 2030.
   On arrondira le résultat à l'unité.

Exercice 2 : *(... / 9 points)*

Dans cet exercice, les réponses seront arrondies à 10^{-4} près.

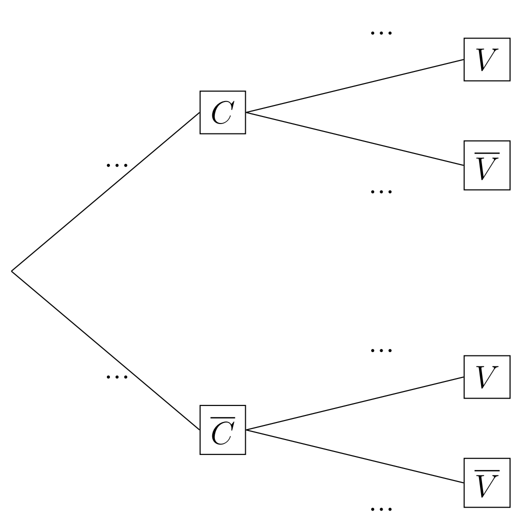
Durant la saison hivernale, la circulation d'un virus a entraîné la contamination de 2 % de la population d'un pays.
Dans ce pays, 90 % des personnes non contaminées sont vaccinées contre ce virus.
On constate que 62 % des personnes contaminées sont vaccinées.

On interroge au hasard une personne, et on note les évènements suivants :

- C : " la personne a été contaminée"
- V : " la personne a été vaccinée".

Les évènements contraires des évènements C et V sont notés respectivement $\overline{C}$ et $\overline{V}$.

1. À partir de l'énoncé, donner, sans calcul, la probabilité $\mathbb{P}(C)$ et les probabilités conditionnelles $\mathbb{P}_{\overline{C}}(V)$, $\mathbb{P}_C(V)$.
2. Recopier l'arbre des probabilités ci-dessous et le compléter.



3. Calculer $\mathbb{P}(C \cap V)$ puis $\mathbb{P}\left(\overline{C} \cap V\right)$.
4. Montrer que $\mathbb{P}(V) = 0,8944$.
5. Calculer $\mathbb{P}_V(C)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

6. Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse.
   (a) **Affirmation 1 :**
   ”Parmi les personnes non contaminées, il y a dix fois plus de personnes vaccinées que de personnes non vaccinées.”
   (b) **Affirmation 2 :**
   ”Plus de 98 % de la population vaccinée n'a pas été contaminée.”
7. On s'intéresse à un échantillon de 20 personnes choisies au hasard dans la population.

   La population du pays est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise.

   On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de personnes contaminées.

   On rappelle que, pour une personne choisie au hasard, la probabilité d'être contaminée est $p = 0,02$.

   (a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Justifier et donner ses paramètres.
   (b) Calculer la probabilité que 4 personnes exactement soient contaminées dans ce groupe de 20 personnes.

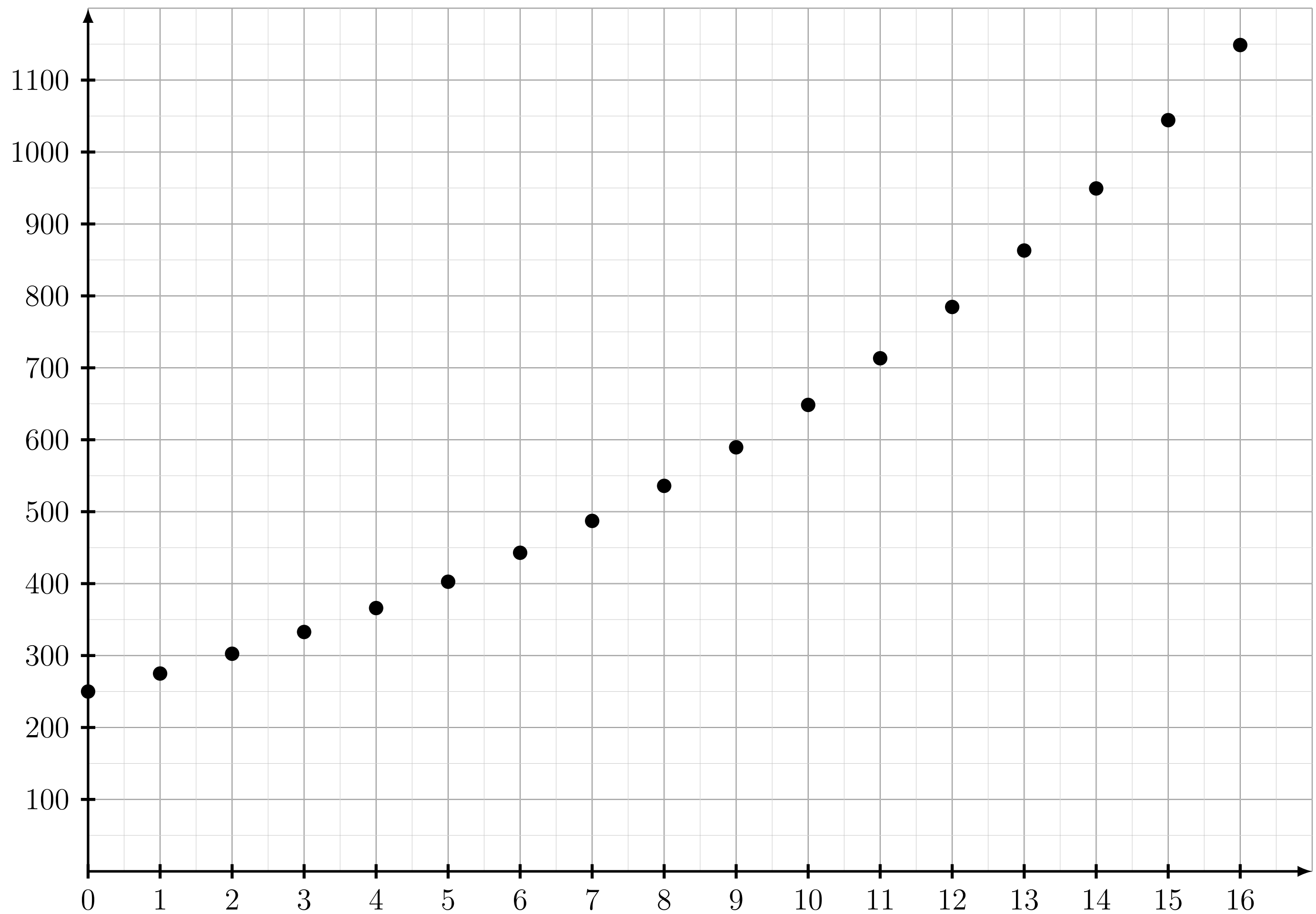
Exercice 3 : *(... / 12 points)*

Deux villes X et Y organisent à partir du 1er janvier 2000, la récupération du verre usagé.
Pour n entier naturel, on note u_n la quantité de verre récupéré, en tonnes, au cours de l'année $(2000+n)$ par la ville X et v_n la quantité de verre récupéré, en tonnes, au cours de l'année $(2000+n)$ par la ville Y.
On considère le tableau suivant obtenu à l'aide d'une feuille automatisée de calculs donnant certains résultats sur ces deux suites :

	A	B	C	D	E
1	Année	n	u_n	v_n	
2	2000	0	300	250	300
3	2001	1	320		620
4	2002	2	340		
5	2003	3	360		
6	2004	4	380		
7	2005	5	400		
8	2006	6	420		
9	2007	7	440		
10	2008	8	460		
11	2009	9	480		
12					

1. (a) Expliquer pourquoi la suite (u_n) n'est pas géométrique.
   (b) Expliquer pourquoi la suite (u_n) est arithmétique et préciser sa raison.
   (c) Calculer u_{15} ; que représente ce nombre dans le contexte de l'exercice ?
   (d) On souhaite faire figurer dans les cellules E2 à E11 les quantités de verre collecté depuis l'année 2000 par la ville X.
   Déterminer l'opération à réaliser pour compléter la cellule E11.
   Quelle quantité de verre totale a été ramassée entre 2000 et 2009 ?

2. Chaque année la quantité de verre récupéré par la ville Y augmente de 10 %.
   (a) Calculer v_1 et v_2.
   (b) Quelle est la nature de la suite (v_n) ? Préciser la raison.
   (c) En déduire une expression de v_n en fonction de n.
   (d) Compléter les cellules D3 à D11 du tableau précédent.
3. Sur le graphique de la feuille ci-dessous sont représentés les premiers termes de la suite (v_n) :



   Sur le même graphique, placer les premiers termes de la suite (u_n). En déduire par lecture graphique à partir de quelle année la collecte dans la ville Y dépassera-t-elle celle de la ville X ?
4. (a) À partir de quelle année la collecte de la ville X dépassera-t-elle les 700 tonnes ?
   (b) À partir de quelle année la collecte de la ville Y dépassera-t-elle les 700 tonnes ?
5. Indiquer pour chacune des affirmations suivantes si elle est vraie ou fausse. (Justifier vos réponses)
   (a) **Affirmation 1 :**
   "Entre 2000 à 2002, la quantité de verre récupéré par la ville Y a augmenté d'exactement 20 %."
   (b) **Affirmation 2 :**
   "Entre 2000 et 2009, la quantité de verre récupéré par la ville X a augmenté d'exactement 60 %."