Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. $\dfrac{9}{0{,}3}$ est égal à :

   (a) $\boxed{30}$ | (b) 300 | (c) 0,3 | (d) 3

2. Le prix d'un pull est passé de 50 euros à 70 euros.
   Il a augmenté de :

   (a) 1,4 % | (b) 20 % | (c) 5 % | (d) $\boxed{40\,\%}$

3. On considère la relation $F = a + \dfrac{b}{cd}$.
   Lorsque $a = \dfrac{2}{5}$, $b = 3$, $c = 6$ et $d = \dfrac{1}{6}$, la valeur de F est égale à :

   (a) $\dfrac{29}{60}$ | (b) 1 | (c) $\dfrac{102}{5}$ | (d) $\boxed{\dfrac{17}{5}}$

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 6 points)*
Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x$.

1. Calculer $f(4)$.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [0; 12]$.
3. Montrer que, pour tout $x \in [0; 12]$:
$$f'(x) = 3(x - 4)(x + 2)$$
4. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 12]$ et en déduire les variations de f sur $[0; 12]$.
5. Déterminer la valeur de x pour laquelle f est minimale. Quelle est la valeur de ce minimum ?

Solution :

1. On a :
$$f(4) = 4^3 - 3 \times 4^2 - 24 \times 4 = 64 - 48 - 96 = -80$$
2. On a :
$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$$
3. On a :
$$3(x - 4)(x + 2) = (3x - 12)(x + 2) = 3x^2 + 6x - 12x - 24 = 3x^2 - 6x - 24$$
4. • On résout $f'(x) = 0$.
   On a donc :
$$x - 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0$$
   Donc on a une unique racine $x = 4$ sur l'intervalle $[0; 12]$.

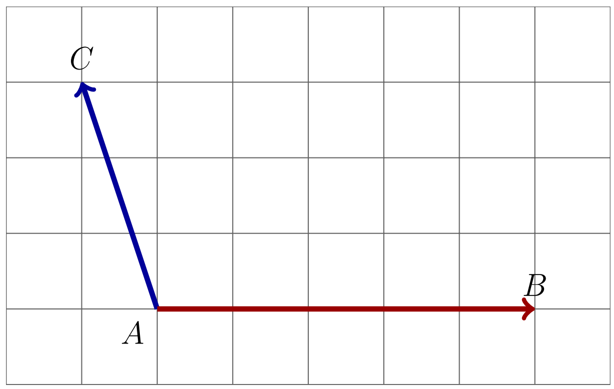
- On a le tableau suivant :

x	0		4		12
3		$+$		$+$	
$x-4$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

5. On a que f admet pour minimum $f(4) = -80$ qui est donc atteint en $x = 4$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*

1. Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $z_1 = \frac{1}{5} + \frac{\sqrt{3}}{5}i$.
2. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.
   On simplifiera le résultat au maximum.
3. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$:



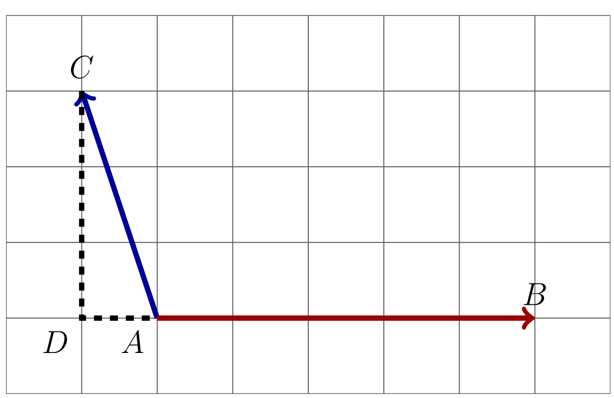
Solution :

1. On a le module $|z_1| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^2} = \frac{2}{5}$.

   On cherche θ tel que $\cos(\theta) = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$ et $\sin(\theta) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

   On a donc un argument $\theta = \frac{\pi}{3}$.

   D'où $z_1 = \frac{2}{5}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$.
2. On a $z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = 1 - i$.
3. On introduit le point D tel que :



   On a donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -\|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AD}\| = -5 \times 1 = -5$.

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. $\dfrac{0{,}16}{0{,}04}$ est égal à :
   (a) 0,04 | (b) $\boxed{4}$ | (c) 0,4 | (d) 40

2. Le prix d'un sweat est passé de 50 euros à 75 euros.
   Il a augmenté de :
   (a) 5 % | (b) 25 % | (c) $\boxed{50\,\%}$ | (d) 5 %

3. On considère la relation $F = \dfrac{a}{b} + cd$.
   Lorsque $a = 5$, $b = \dfrac{1}{4}$, $c = 4$ et $d = \dfrac{2}{3}$, la valeur de F est égale à :
   (a) $\dfrac{47}{12}$ | (b) 6 | (c) $\boxed{\dfrac{68}{3}}$ | (d) 22

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 6 points)*
Soit $f(x) = -x^3 + 9x^2 + 21x$.

1. Calculer $f(-1)$.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [-5; 5]$.
3. Montrer que, pour tout $x \in [-5; 5]$:
$$f'(x) = -3(x + 1)(x - 7)$$
4. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-5; 5]$ et en déduire les variations de f sur $[-5; 5]$.
5. Déterminer la valeur de x pour laquelle f est minimale. Quelle est la valeur de ce minimum ?

Solution :

1. On a :
$$f(-1) = -(-1)^3 + 9 \times (-1)^2 + 21 \times (-1) = 1 + 9 - 21 = -11$$

2. On a :
$$f'(x) = -3x^2 + 18x + 21$$

3. On a :
$$-3(x + 1)(x - 7) = (-3x - 3)(x - 7) = -3x^2 + 21x - 3x + 21 = -3x^2 + 18x + 21$$

4. • On résout $f'(x) = 0$.
   On a donc :
$$x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 7 = 0$$
   Donc on a une unique racine $x = -1$ sur l'intervalle $[-5; 5]$.

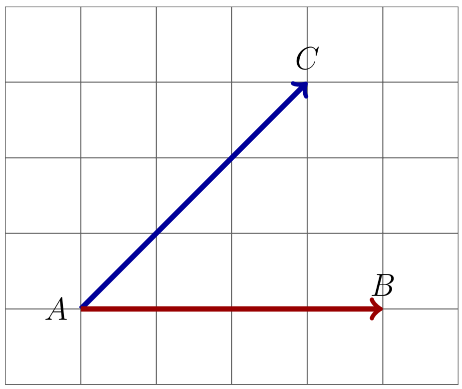
- On a le tableau suivant :

x	-5		-1		5
-3		$-$		$-$	
$x+1$		$-$	0	$+$	
$x-7$		$-$		$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

5. On a que f admet pour maximum $f(-1) = -11$ qui est donc atteint en $x = -1$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*

1. Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{5} - \frac{1}{5}i$.
2. Déterminer la forme algébrique du nombre complexe $z_2 = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.
   On simplifiera le résultat au maximum.
3. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$:



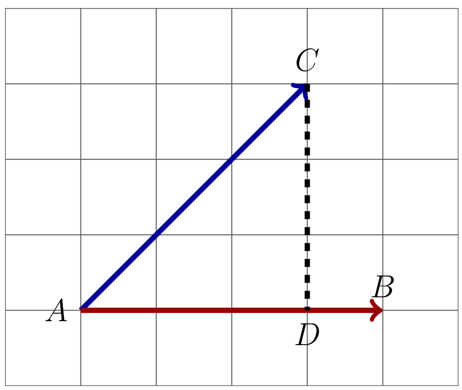
Solution :

1. On a le module $|z_1| = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^2} = \frac{2}{5}$.

   On cherche θ tel que $\cos(\theta) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin(\theta) = -\frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = -\frac{1}{2}$.

   On a donc un argument $\theta = -\frac{\pi}{6}$.

   D'où $z_1 = \frac{2}{5}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.
2. On a $z_2 = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = 2 - 2\sqrt{3}i$.
3. On introduit le point D tel que :



On a donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = -\|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AD}\| = -5 \times 1 = -5$.