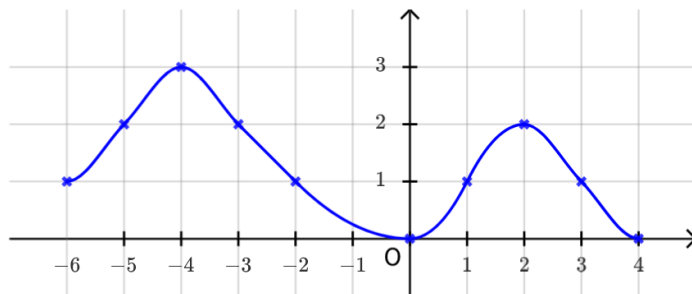


Exercice 1 : Automatismes (.../ 3 points)

1. On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f . L'ensemble des antécédents de 2 est :



- (a) $\{-5; -3\}$ (c) $\{-5; -3; 1\}$
 (b) $\{-3; 2\}$ (d) $\{-5; -3; 2\}$

2. Parmi les quatre nombres suivants, lequel est le plus petit ?

- (a) 1,27 (b) $\frac{128}{100}$ (c) 13×10^{-1} (d) $\frac{5}{4}$

3. Une simplification de $\frac{x}{5} - 5x$ est :

- (a) $-\frac{24}{5}x$ (b) $\frac{22}{5}x$ (c) $-\frac{22}{5}x$ (d) $\frac{28}{5}x$

Exercice 2 : Tronc commun (.../ 6 points)

Soit $f(x) = 2x^3 + 12x^2 - 30x$

1. Calculer $f(1)$.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [-3; 3]$.
3. Montrer que, pour tout $x \in [-3; 3]$:

$$f'(x) = 6(x + 5)(x - 1)$$

4. Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-3; 3]$ et en déduire les variations de f sur $[-3; 3]$.
5. Sur cet intervalle, déterminer la valeur de x pour laquelle f est minimale. Quelle est la valeur de ce minimum ?

Solution :

1.

$$\begin{aligned} f(1) &= 2 \times 1^3 + 12 \times 1^2 - 30 \times 1 \\ &= -16 \end{aligned}$$

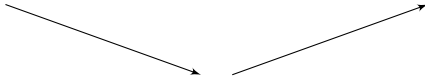
2. Soit $x \in [-3; 3]$. On a

$$f'(x) = 6x^2 + 24x - 30$$

3. Soit $x \in [-3; 3]$.

$$\begin{aligned} 6(x + 5)(x - 1) &= 6(x^2 - x + 5x - 5) \\ &= 6(x^2 + 4x - 5) \\ &= 6x^2 + 24x - 30 \\ &= f'(x) \end{aligned}$$

4. On a $x + 5 \geq 0 \iff x \geq -5$ et $x - 1 \geq 0 \iff x \geq 1$. On en déduit le tableau suivant :

x	-3	1	3
$x + 5$		$+$	
$x - 1$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
f			

5. D'après le tableau de variations de la fonction, $f(x)$ est minimal pour $x = 1$. Le minimum vaut $f(1) = -16$.

Exercice 3 : Spécialité Maths-Physique (.../ 3 points)

1. Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $z = \sqrt{3} - i$.
2. Pour $x \in \mathbb{R}$ on définit $f(x) = \frac{\sin(x)}{x^2+2x+4}$. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
3. Pour $x \in \mathbb{R}$, on définit $g(x) = \cos(x)(-3x^3 + x^2)$. Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Solution :

1.

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{\sqrt{3}^2 + (-1)^2} \\ &= \sqrt{3+1} \\ &= 2 \end{aligned}$$

On sait que $\cos(\theta) = \frac{\Re(z)}{|z|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et que $\sin(\theta) = \frac{\Im(z)}{|z|} = -\frac{1}{2}$.

On a donc $\theta = -\frac{\pi}{6}$ (à 2π près).

Finalement, la forme trigonométrique de ce nombre complexe est $z = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

2. Soit $x \in \mathbb{R}$. D'après la formule de dérivation d'un quotient de deux fonctions,

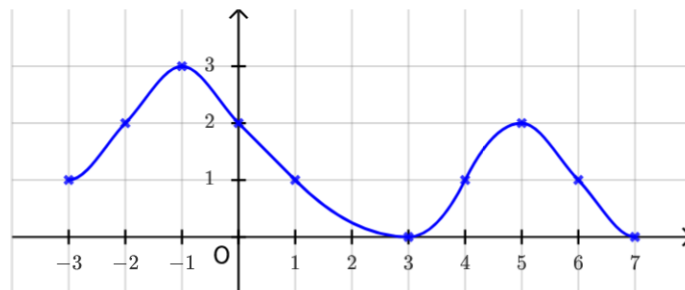
$$f'(x) = \frac{\cos(x)(x^2 + 2x + 4) - \sin(x)(2x + 2)}{(x^2 + 2x + 4)^2}$$

3. Soit $x \in \mathbb{R}$. D'après la formule de dérivation du produit de deux fonctions,

$$g'(x) = -\sin(x)(-3x^3 + x^2) + \cos(x)(-9x^2 + 2x)$$

Exercice 1 : Automatismes (.../ 3 points)

1. On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f . L'ensemble des antécédents de 2 est :



- (a) $\{-2; 0; 5\}$ (c) $\{-2; 0\}$
 (b) $\{-2; 0; 1\}$ (d) $\{0; 5\}$

2. Parmi les quatre nombres suivants, lequel est le plus petit ?

- (a) 595×10^{-2} (b) $\frac{123}{100}$ (c) $\frac{9}{4}$ (d) 5,4

3. Une simplification de $\frac{x}{4} - x$ est :

- (a) $-\frac{1}{4}x$ (b) $-\frac{3}{4}x$ (c) $\frac{7}{4}x$ (d) $\frac{1}{4}x$

Exercice 2 : Tronc commun (.../ 6 points)

Soit $f(x) = 3x^3 - 9x^2 - 27x$.

- Calculer $f(-1)$.
- Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [-2; 2]$.
- Montrer que, pour tout $x \in [-2; 2]$:

$$f'(x) = 9(x + 1)(x - 3)$$

- Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2; 2]$ et en déduire les variations de f sur $[-2; 2]$.
- Sur cet intervalle, déterminer la valeur de x pour laquelle f est maximale. Quelle est la valeur de ce maximum ?

Solution :

1.

$$\begin{aligned} f(-1) &= 3 \times (-1)^3 - 9 \times (-1)^2 - 27 \times (-1) \\ &= -3 + 9 + 27 \\ &= 15 \end{aligned}$$

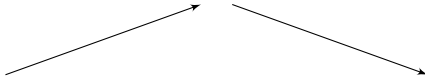
2. Soit $x \in [-2; 2]$. On a

$$f'(x) = 9x^2 - 19x - 27$$

3. Soit $x \in [-2; 2]$.

$$\begin{aligned} 9(x + 1)(x - 3) &= 9(x^2 - 3x + x - 3) \\ &= 9(x^2 - 2x - 3) \\ &= 9x^2 - 19x - 27 \\ &= f'(x) \end{aligned}$$

4. On a $x + 1 \geq 0 \iff x \geq -1$ et $x - 3 \geq 0 \iff x \geq 3$. On en déduit le tableau suivant :

x	-2	-1	2
$x + 1$	-	0	+
$x - 3$		-	
$f'(x)$	+	0	-
f			

5. D'après le tableau de variations de la fonction, $f(x)$ est maximal pour $x = -1$. Ce maximum vaut $f(-1) = 15$.

Exercice 3 : Spécialité Maths-Physique (.../ 3 points)

- Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $z = -1 + i\sqrt{3}$.
- Pour $x \in \mathbb{R}$ on définit $f(x) = \frac{\cos(x)}{x^2+3x+5}$. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
- Pour $x \in \mathbb{R}$, on définit $g(x) = \sin(x)(-4x^3 + 2x^2)$. Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Solution :

1.

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{(-1)^2 + \sqrt{3}^2} \\ &= \sqrt{1+3} \\ &= 2 \end{aligned}$$

On sait que $\cos(\theta) = \frac{\Re(z)}{|z|} = \frac{-1}{2}$ et que $\sin(\theta) = \frac{\Im(z)}{|z|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

On a donc $\theta = \frac{2\pi}{3}$ (à 2π près).

Finalement, la forme trigonométrique de ce nombre complexe est $z = 2e^{2i\frac{\pi}{3}}$.

2. Soit $x \in \mathbb{R}$. D'après la formule de dérivation d'un quotient de fonctions, on a

$$f'(x) = \frac{-\sin(x)(x^2 + 3x + 5) - \cos(x)(2x + 3)}{(x^2 + 3x + 5)^2}$$

3. Soit $x \in \mathbb{R}$. D'après la formule de dérivation d'un produit de fonctions, on a

$$g'(x) = \cos(x)(-4x^3 + 2x^2) + \sin(x)(-12 + 4x)$$