Épreuve anticipée de mathématiques - Baccalauréat blanc 2

Voie Technologique

Durée: 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE: AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

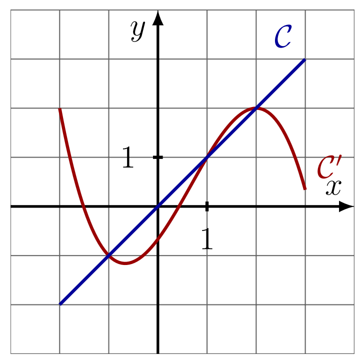
Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1. Jean consacre 25 % de sa journée de dimanche à faire ses devoirs. 80 % du temps consacré aux devoirs est consacré à faire un exposé. Le pourcentage du temps consacré à l'exposé par rapport à la journée de dimanche est égal à :

   A. $80\,\% - 25\,\%$ **B.** $\frac{1}{4} \times 80\,\%$ **C.** $0{,}08 \times 25\,\%$ **D.** Cela dépend de la durée de la journée de dimanche.

2. Dans la figure ci-contre, les courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ représentent respectivement les fonctions f et g. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ est :

   A. $[-2\ ;\ -1]$
   B. $[1\ ;\ 2]$
   C. $[-2\ ;\ -1] \cup [1\ ;\ 2]$
   D. $[-2\ ;\ -1] \cap [1\ ;\ 2]$



3. Un prix diminue de 50 %. Pour retrouver le prix initial, il faut une augmentation de :

   A. 50 % **B.** 100 % **C.** 150 % **D.** 200 %

4. Voici quatre planètes et leur masse.
   La planète dont la masse est la plus importante est:

   A. Terre
   B. Mercure
   C. Vénus
   D. Mars

Terre	5973×10^{21} kg
Mercure	$33{,}02 \times 10^{22}$ kg
Vénus	48685×10^{20} kg
Mars	$6{,}4185 \times 10^{23}$ kg

5. Le prix d'une tablette a baissé: il est passé de 250 euros à 200 euros. Cela signifie que ce prix a été multiplié par:

   A. 1,25 **B.** 0,75 **C.** 0,8 **D.** $-0{,}8$

6. La seule égalité vraie est:

   A. $40 \times \frac{1}{40^2} = 40^2$ **B.** $\left(2^{-4}\right)^3 = 2^{-1}$ **C.** $\frac{10^{-5}}{10^8} = 10^{-13}$ **D.** $5^{-6} \times 11^{-6} = 55^{-12}$

7. L'épaisseur d'une feuille de papier est égale à 70×10^{-3} mm.

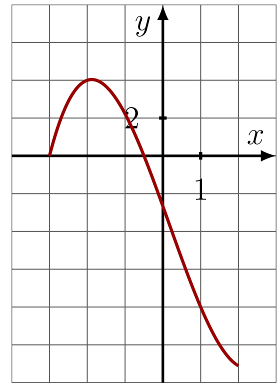
   L'épaisseur d'une pile de 2 000 feuilles est égale à :

   A. 140 cm **B.** 14 mm **C.** 14 cm **D.** 72 cm

8. On additionne un nombre réel x, avec son triple et son carré. Le résultat est égal à :

A. $(x+3x)^2$ **B.** $x+(3x)^2$ **C.** $1+3x^2$ **D.** $4x+x^2$

9. On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3 ; 2]$. On s'intéresse à l'équation $f(x)=0$.
Une seule de ces propositions est exacte:



A. L'équation $f(x)=0$ n'admet aucune solution.
B. L'équation $f(x)=0$ admet exactement une solution.
C. L'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions, et ces solutions sont négatives.
D. L'équation $f(x)=0$ admet exactement deux solutions, et ces solutions sont de signes contraires.

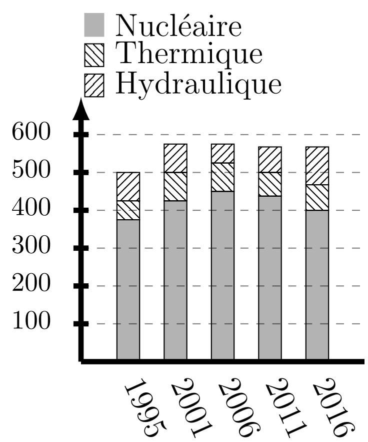
10. On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de signes est donné ci-dessous.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Parmi les quatre expressions proposées pour la fonction f, une seule est possible.

A. $f(x)=-3x+6$ **B.** $f(x)=x+2$ **C.** $f(x)=x-2$ **D.** $f(x)=-4x+2$

11. Le diagramme en barres ci-contre donne la production d'électricité, en Twh (térawatt-heure) selon son origine (source INSEE).



L'année où la production d'électricité d'origine hydraulique était la plus importante est :

A. 1995
B. 2001
C. 2011
D. 2016

12. On considère la relation $C=(1+t)^2$. On cherche à isoler la variable t. On a :

A. $t=\sqrt{C-1}$ **B.** $t=\sqrt{C}-1$ **C.** $t=\sqrt{1-C}$ **D.** $t=1-\sqrt{C}$

DEUXIÈME PARTIE : EXERCICES (14 pts)

Exercice 1 (4 points)

Une biologiste désire étudier l'évolution de la population de singes sur une île.
En 2025, elle estime qu'il y a 1000 singes sur l'île.

A. Premier modèle

Chaque année, la population de singes baisse de 10 %.

1. Montrer qu'en 2026, il y aura 900 singes sur l'île.

2. Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de singes sur l'île pour l'année $2025 + n$.

   On a donc $u_0 = 1000$.

   (a) Indiquer ce que représente u_2 et calculer sa valeur.

   (b) Déterminer la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

   (c) Donner les variations de cette suite.

3. Selon ce modèle, la population de singes est-elle menacée d'extinction ? Justifier.

B. Second modèle

On admet que l'évolution du nombre de singes est modélisée par la suite (v_n) ainsi définie :

$$\left\{\begin{array}{lcl} v_{n+1} & = & 0,9v_n + 150 \quad ; \quad n \in \mathbb{N} \\ v_0 & = & 1000 \end{array}\right. ,$$

où v_n désigne le nombre de singes sur l'île pour l'année $2025 + n$.

1. Avec ce modèle, quelle sera la population de singes en 2026 ?

   Détailler le calcul.

2. La feuille de calcul ci-contre donne les valeurs arrondies à l'unité des premiers termes de la suite (v_n).

   Quelle formule, destinée à être étirée vers le bas, faut-il saisir dans la cellule B3 pour obtenir les termes de la suite (v_n) ?

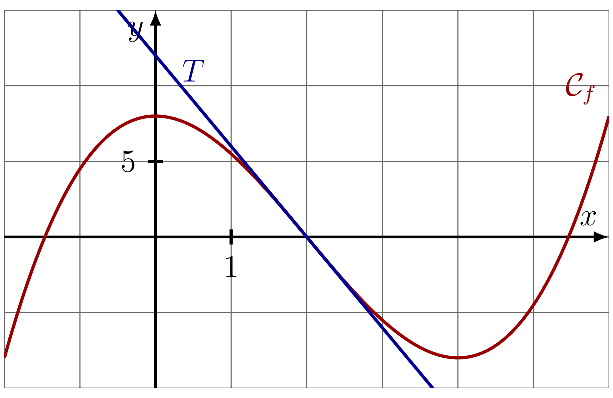
3. Indiquer en quelle année, la population de singes dépassera pour la première fois 1400 individus.

	A	B
1	n	v_n
2	0	1000
3	1	1050
4	2	1095
5	3	1136
6	4	1172
7	5	1205
8	6	1234
9	7	1261
10	8	1285
11	9	1306
12	10	1326
13	11	1343
14	12	1359
15	13	1373
16	14	1386
17	15	1397
18	16	1407
19	17	1417

Exercice 2 (5 points)

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-2\ ;\ 6]$.

Sa courbe représentative, notée $\mathcal{C}$ est donnée ci-contre.



- On sait que la courbe $\mathcal{C}$ passe par les points de coordonnées $(0\ ;\ 8)$, $(2\ ;\ 0)$ et $(4\ ;\ -8)$.
- On note T la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse $x = 2$.
- On sait que la tangente T coupe l'axe des ordonnées en $y = 12$.

On note f' la fonction dérivée de f.

1. (a) Déterminer les valeurs de $f(2)$ et $f'(2)$.

(b) Donner une équation de la tangente T.

(c) Recopier et compléter le tableau de variation ci-dessous en utilisant le graphique et les données de l'énoncé.

x	-2	0	4	6
f				

2. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-2~;~6]$ par

$$f(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 8.$$

(a) Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-2~;~6]$, on a $f'(x) = 1,5x(x-4)$.

(b) Étudier le signe de $f'(x)$ et retrouver le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-2~;~6]$.

3. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $[0~;~2]$ on a $f(x) \leqslant -6x + 12$.

Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente T sur l'intervalle $[0~;~2]$?

Exercice 3 (4 points)

Indiquer, en justifiant, si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. Afin de lutter contre le dopage dans le sport, un test a été mis en place.

En principe, ce test est POSITIF lorsque le sportif est dopé, et NÉGATIF lorsqu'il n'est pas dopé. Toutefois, ce test peut commettre des erreurs : il peut être positif lorsque le sportif n'est pas dopé, et négatif lorsque le sportif est dopé.

Le tableau ci-contre donne les résultats recueillis auprès de 200 coureurs ayant participé à un marathon.

	Coureur non dopé	Coureur dopé	Total
Test positif	15	5	20
Test négatif	178	2	180
Total	193	7	200

(a) On choisit un coureur au hasard parmi les 200 coureurs testés.

Affirmation 1: La probabilité que le coureur ne soit pas dopé ou soit testé positif est égale à $\dfrac{213}{200}$.

(b) On choisit un coureur au hasard parmi ceux ayant eu un test positif.

Affirmation 2: Il y a 75% de chances que le coureur ne soit pas dopé.

(c) On choisit un coureur au hasard parmi les 200 coureurs testés.

Affirmation 3: La probabilité que le coureur soit concerné par une erreur de test est égale à $8,5\,\%$.

2. Au tennis, un SERVICE peut être réussi ou manqué. Une joueuse de tennis s'entraîne à faire des services. On admet que :

- la probabilité que son service soit réussi est égale à 0,9.
- les services sont indépendants les uns des autres.

La joueuse fait deux services.

Affirmation 4 : La probabilité qu'exactement un service soit réussi sur les deux est égale à 0,09 .