Chapitre 0 : Calcul numérique et algébrique

Table des matières

Contenu

- Calcul de fractions.
- Calcul de puissances.
- Factoriser et développer une expression algébrique.
- Résoudre une équation de degré 1.

1 Calcul numérique

1.1 Notion de parenthèses

Méthode:
Dans une expression, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures puis les multiplications et les divisions de gauche à droite et, enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

Exercice :
Calculer les expressions suivantes :

- $A = 28 - (5 + 5 \times 3)$
- $B = 7 \times (4 + (1 + 2) \times 5)$

Méthode:
Soustraire un nombre c'est additionner son opposé.
Autrement dit, s'il y a $-$ devant une parenthèse, il est possible de la retirer à condition de changer le signe de chaque terme.

Exemple:
On cherche à simplifer l'expression $A(x) = 4 + 5x - (7x - 2)$:

$$\begin{aligned} A(x) &= 4 + 5x - (7x - 2) \\ &= 4 + 5x - 7x + 2 \\ &= 6 - 2x \end{aligned}$$

1.2 Notion de fractions

Méthode: *Calcul de fractions*

- Additionner deux fractions, c'est d'abord les mettre au même dénominateur, puis additionner les numérateurs entre eux.
- Multiplier deux fractions, c'est multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
- Diviser deux fractions, c'est multiplier la première fraction par l'inverse de l'autre.

Exercice :
Calculer les fractions suivantes :

- $A = \frac{2}{3} + \frac{5}{4}$
- $B = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$
- $C = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{4}}$

Méthode:
Dans une expression fractionnaire, on effectue d'abord les calculs au numérateur et au dénominateur puis on simplifie la fraction ou on calcule le quotient.
Une fraction est irréductible lorsque le numérateur et le dénomaniteur n'ont pas de tables de multiplications en commun.

Exercice :
Calculer les fractions suivantes :

- $A = \dfrac{12-(9-5)}{(7-5)\times 4}$
- $B = \dfrac{\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}}{1-\frac{1}{3}}$

1.3 Notion de puissances

Méthode: *Calcul de puissances*
Soit a,b deux réels quelconques et n,m deux entiers relatifs.

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a\times b)^n$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^m)^n = a^{m\times n}$

Exemple:

- $(-2)^4 \times (-2)^3 = (-2)^{4+3} = (-2)^7$
- $\dfrac{6^1}{6^{-3}} = 6^{1-(-3)} = 6^4$
- $(10^2)^3 = 10^{2\times 3} = 10^6$

1.4 Notion de racines carrées

Méthode: *Calculs de racines carrées*
Soit a,b deux réels positifs.

- $\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{a\times b}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exemple:

- $\sqrt{2}\times\sqrt{3} = \sqrt{2\times 3} = \sqrt{6}$
- $\sqrt{\dfrac{36}{25}} = \dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \dfrac{6}{5}$

2 Calcul algébrique

2.1 Formules de distributivité

<u>**Méthode**</u>:
Soient a,b,c,d et k des réels quelconques, on a la formules suivantes :

- Simple distributivité : $k(a+b) = ka + kb$
- Double distributivité : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

<u>Exercice</u>:
Exprimer les expressions suivantes sous forme développée.

- $5(x-2)$
- $x(x+1)$
- $(x-1)(x-2)$
- $(x^2+x)(x+1)$

! Remarque

Ces règles de distributivités peuvent s'appliquer sur du calcul numérique pour simplifier des calculs complexes.

<u>Exemple :</u>
Le calcul direct de 17×39 est a priori pénible.
On remarque que $39 = 40 - 1$, on a alors :

$$\begin{aligned} 17 \times 39 &= 17 \times (40-1) \\ &= 17 \times 40 - 17 \times 1 \\ &= 680 - 17 \\ &= 663 \end{aligned}$$

2.2 Identités remarquables

<u>**Méthode**</u>:
Soient a,b deux réels quelconques, on a les formules suivantes:

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exercice:
En utilisant les identités remarquables, développer ou factoriser les expressions suivantes:

- $(x-2)^2$
- $x^2 - 36$
- $(x+3)^2$

2.3 Techniques de factorisation

Méthode:
On peut factoriser de deux manières différentes :

- En repérant un facteur commun.
- En reconnaissant une identité remarquable.

Exemple:

- $(3-x)(5x+4) - 2(3-x)(2x+1) = (3-x)((5x+4) - 2(2x+1)) = (3-x)(x+2)$
- $36x^2 - 100 = (6x)^2 - 10^2 = (6x+10)(6x-10)$

3 Equations

3.1 Equations du 1er degré

Méthode:
Pour résoudre une équation, on ”rassemble” les termes de même degré ensemble du même côté de l'égalité.
”Les x avec les x, les nombres avec les nombres”.

Exercice:
Résoudre l'équation $3x + 5 = 5x - 7$.

3.2 Résoudre une équation en se ramenant au 1er degré

Méthode:

- Un produit de nombres réels est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.
  Pour tout réel x, on a :
  $$A(x)B(x) = 0 \iff A(x) = 0 \quad \text{ou} \quad B(x) = 0$$
- Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul.
  Pour tout réel x, on a :
  $$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \iff A(x) = 0 \quad \text{et} \quad B(x) \neq 0$$

Remarque

Les valeurs qui annulent le dénominateur sont appelées "valeurs interdites"

Exercice:
Résoudre les équations suivantes en précisant les éventuelles valeurs interdites.

- $(2x - 5)(6x + 1) = 0$
- $\dfrac{4x - 3}{x + 1} = 0$

4 Exercice bilan

1. Simplifier $\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4} \times \dfrac{5}{2}$.
2. Simplifier $\dfrac{5^2 \times 5^{35}}{5^{27}}$.
3. Développer $(x - 6)(x + 3)$.
4. Résoudre $\dfrac{(2x - 3)(3x - 4)}{x - 1} = 0$.