

Exercice 1:

L'objectif de cet exercice est l'étude d'une fonction f à l'aide du logiciel GeoGebra en conjecturant certaines propriétés de cette fonction f puis en vérifiant par des calculs appropriés ces propriétés.

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x \ln(x) - x$$

1. (a) A l'aide du logiciel et en expliquant votre méthode, conjecturer la limite de f lorsque x tend vers 0.
On indiquera sur la copie l'éventuelle commande utilisée.
- (b) A l'aide du logiciel et en expliquant votre méthode, conjecturer la limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
On indiquera sur la copie l'éventuelle commande utilisée.
2. (a) Donner la dérivée de f donnée par le logiciel.
On indiquera sur la copie l'éventuelle commande utilisée.
- (b) Retrouver ce résultat par le calcul en détaillant la méthode.
- (c) Etablir le tableau de signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f .
On pourra à défaut de valeurs exactes, s'appuyer du logiciel.

3. On rappelle que l'équation de la tangente T au point d'abscisse a est donnée par :

$$T : y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

- (a) A l'aide du logiciel, déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse $a = 1$.
 - (b) Démontrer ce résultat par le calcul.
4. A l'aide du logiciel, donner la valeur de $I = \int_0^1 f(x) dx$ arrondie à 10^{-2} près.
En déduire, en unité d'aires, l'aire \mathcal{A} du domaine du plan délimité par la courbe \mathcal{C}_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Exercice 2:

Une usine produit des ampoules pour voitures.

1. On dispose des données suivantes :

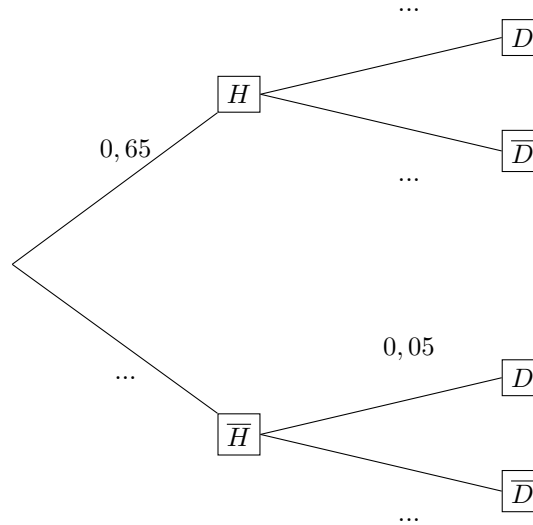
- 65 % des ampoules produites sont des ampoules pour l'habitable.
Parmi elles, 15 % sont défectueuses.
- 35 % des ampoules produites sont des ampoules pour les phares.
Parmi elles, 5 % sont défectueuses.

On choisit une ampoule au hasard et on considère les événements suivants :

- H : l'ampoule est une ampoule pour l'habitable.
- D : l'ampoule est défectueuse.

On note respectivement \bar{H} et \bar{D} les événements contraires de H et D .

(a) Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



(b) Calculer la probabilité $\mathbb{P}(H \cap D)$.

(c) Démontrer que $\mathbb{P}(D) = 0,115$.

(d) L'ampoule choisie est défectueuse. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une ampoule pour phares ? Arrondir au milliè.

2. On rappelle que la probabilité qu'une ampoule choisie au hasard soit défectueuse est égale à 0,115.

On prélève un échantillon aléatoire de 300 ampoules. On suppose que ce prélèvement peut être assimilé à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre d'ampoules défectueuses au sein de cet échantillon.

(a) Donner la loi suivie par la variable aléatoire X ainsi que ses paramètres.

(b) Quelle est la probabilité qu'exactly 30 ampoules de l'échantillon soient défectueuses ? Arrondir au milliè.

(c) Quelle est la probabilité qu'au plus 20 ampoules de l'échantillon soient défectueuses ? Arrondir au milliè.