1 Fonctions affines

1.1 Compétences Attendues

- Lire graphiquement l'équation d'une droite
- Donner l'équation d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points.
- Tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur.

1.2 Exercices

Exercice 1:
Déterminer, en expliquant, si les fonctions suivantes sont, ou non, des fonctions affines.

1. $f : x \mapsto 13 \times (3x + 6)$.
2. $f : x \mapsto \dfrac{x}{9} + \dfrac{1}{4}$.
3. $f : x \mapsto 4\sqrt{x} + 2$
4. $f : x \mapsto -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{7}$.
5. $f : x \mapsto \sqrt{5}x + \sqrt{17}$.
6. $f : x \mapsto -6x^2 - 6x + 7$.

Exercice 2:

1. Soit $f : x \longmapsto 6x$. Calculer $f(8)$.
2. Soit $f : x \longmapsto 6x + 4$. Calculer $f(6)$.
3. Soit $f : x \longmapsto 5x+2$. Calculer $f(-3)$.
4. Soit $f : x \longmapsto 3x$. Calculer $f(4)$.
5. Soit $f : x \longmapsto \dfrac{4}{5}x$. Calculer $f(15)$.
6. Soit $f : x \longmapsto \dfrac{4}{5}x+1$. Calculer $f(35)$.
7. Soit $f : x \longmapsto 3x$. Calculer $f(-4)$.
8. Soit $f : x \longmapsto 3x+2$. Calculer $f(-2)$.

Exercice 3:

1. Soit $f : x \longmapsto -3x + 2$.
   Quel est l'antécédent de 26 ?
2. Soit f la fonction qui à x associe $4x$.
   Quel est l'antécédent de 28 ?
3. Soit f la fonction qui à x associe $4x$.
   Quel est l'antécédent de -8 ?
4. Soit $f : x \longmapsto -3x - 2$.
   Quel est l'antécédent de -14 ?
5. Soit $f : x \longmapsto \dfrac{5}{2}x$.
   Quel est l'antécédent de 25 ?
6. Soit $f : x \longmapsto \dfrac{3}{5}x + 4$.
   Quel est l'antécédent de 19 ?

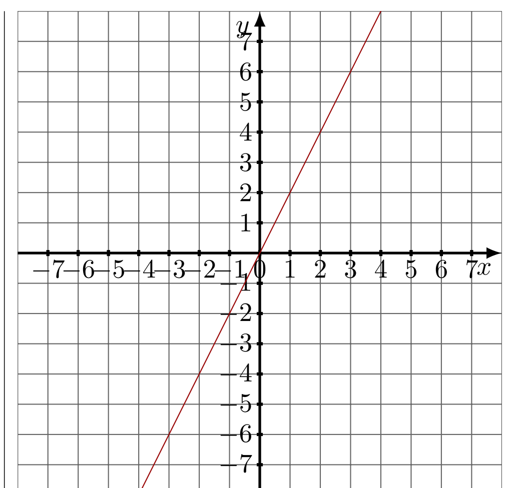
Exercice 4:
Soient les fonctions affines suivantes définies sur $\mathbb{R}$:

- $f : x \mapsto 3x - 2$
- $g : x \mapsto \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$
- $h : x \mapsto -x + 4$
- $k : x \mapsto -3x$

1. Résoudre algébriquement les équations suivantes :
   (a) $f(x) = 4$
   (b) $f(x) = 0$
   (c) $g(x) = 0$
   (d) $h(x) = 2$
   (e) $h(x) = -10$
   (f) $k(x) = 0$
   (g) $k(x) = -6$
2. Résoudre algébriquement les inéquations suivantes :
   (a) $f(x) > 4$
   (b) $f(x) \leq 0$
   (c) $g(x) \geq 0$
   (d) $h(x) < 5$
   (e) $h(x) \leq 0$
   (f) $k(x) > 6$
   (g) $k(x) \leq 1$

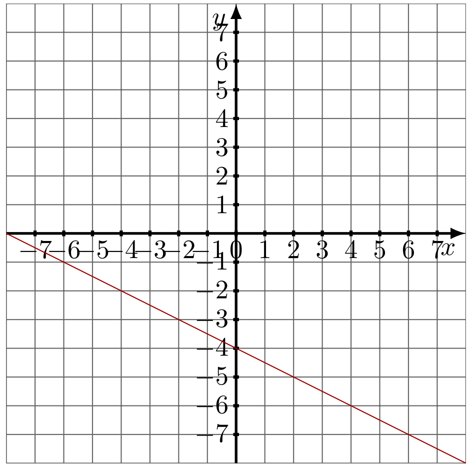
Exercice 5:

1. On a représenté ci-contre une fonction affine f_1.



   (a) Quel est le coefficient directeur de f_1 ?
   (b) En déduire l'expression algébrique de f_1.

2. On a représenté ci-contre une fonction affine f_2.

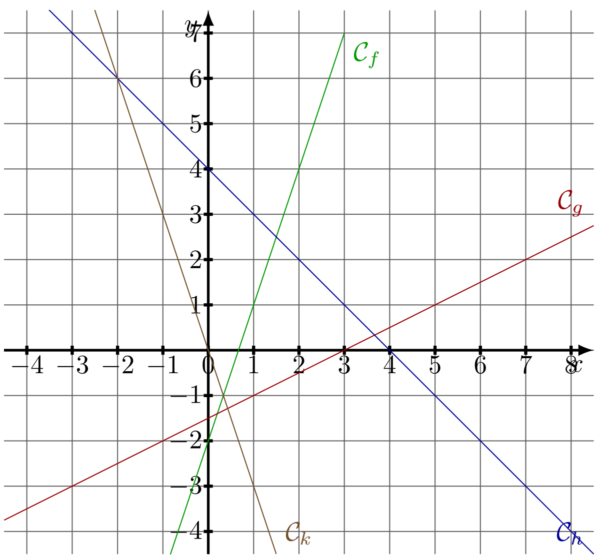


   (a) Quelle est l'ordonnée à l'origine de la fonction f_2 ?

   (b) Quel est le coefficient directeur de f_2 ?

   (c) En déduire l'expression algébrique de f_2.

Exercice 6:
On considère les fonctions f ; g ; h et k dont les représentations graphiques respectives $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$, $\mathcal{C}_h$ et $\mathcal{C}_k$ sont tracées ci-dessous:



1. Résoudre graphiquement les équations suivantes :

   (a) $f(x) = 4$
   (b) $f(x) = 1$
   (c) $g(x) = 0$
   (d) $g(x) = -2$
   (e) $h(x) = 2$
   (f) $h(x) = -2$
   (g) $k(x) = 0$
   (h) $k(x) = -3$

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

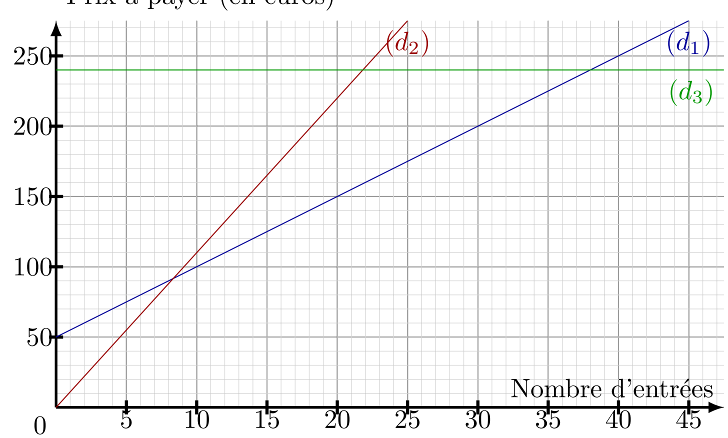
   (a) $f(x) > 4$
   (b) $f(x) \leq -2$
   (c) $g(x) \geq 0$
   (d) $h(x) < 5$
   (e) $h(x) \leq 0$
   (f) $k(x) > 6$
   (g) $k(x) \leq 0$

Exercice 7:
Un cinéma porpose trois tarifs :

- "Classique" : La personne paye chaque entrée 11 euros.
- "Essentiel" : La personne paye un abonnement annuel de 50 euros puis chaque entrée coûte 5 euros.
- "Liberté" : La personne paye un abonnement annuel de 240 euros avec un nombre d'entrées illimité.

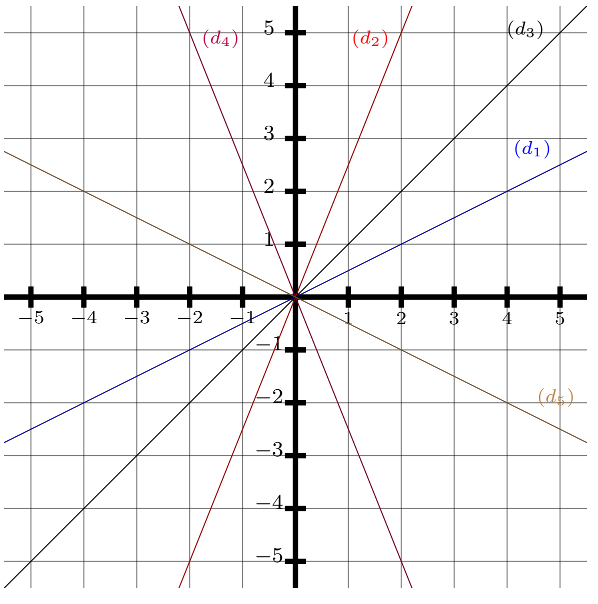
1. Avec le tarif "Classique", une personne souhaite acheter trois entrées au cinéma. Combien va-t-elle payer ?
2. Avec le tarif "Essentiel", une personne souhaite aller huit fois au cinéma. Montrer qu'elle va payer 90 euros.
3. Dans la suite, x désigne le nombre d'entrées au cinéma. On considère les trois fonctions f , g et h suivantes :
   $f : x \mapsto 50 + 5x \quad g : x \mapsto 240 \quad h : x \mapsto 11x$
   Associer, en justifiant, chacune de ces fonctions au tarif correspondant.

   Le graphique ci-dessous représente le prix à payer en fonction du nombre d'entrées pour chacun de ces trois tarifs.



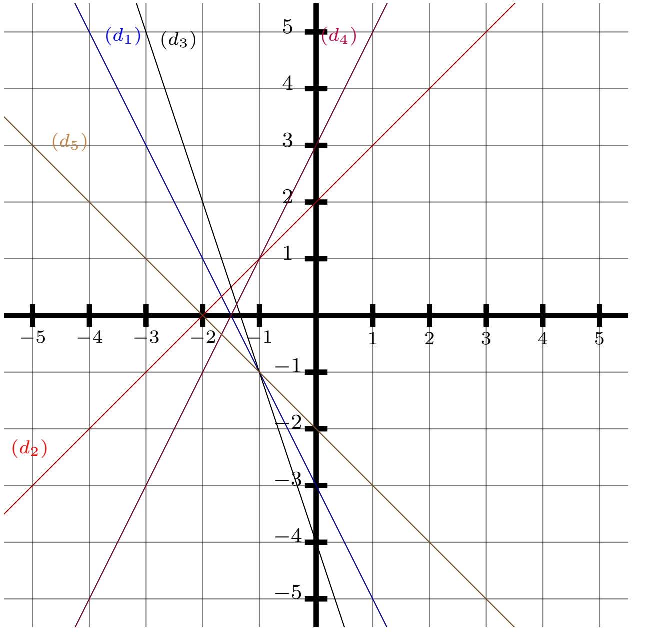
4. A quel tarif correspond chaque droite ? Justifier.
5. Quel tarif propose un prix proportionnel au nombre d'entrée ?
6. Répondre graphiquement aux questions suivantes :
   (a) Avec 150 euros, combien oeut-on achter d'entrées au maximum avec me tarif "Essentiel" ?
   (b) A partir de combien d'entrées le tarif "Liberté" devient-il le plus intéressant ?
   (c) Si on décide de ne pas dépasser un budget de 200 euros, quel est le tarif qui permet d'acheter le plus grand nombre d'entrées?
7. Retrouver, en résolvant une équation, le résultat de la question 6.(a).
8. Déterminer, en résolvant une inéquation, à partir de combien de place le forfait "Essentiel" est plus intéressant que le forfait "Classique" ?

Exercice 8:



1. Déterminer l'expression de la fonction f_1 représentée par la droite (d_1).
2. Déterminer l'expression de la fonction f_2 représentée par la droite (d_2).
3. Déterminer l'expression de la fonction f_3 représentée par la droite (d_3).
4. Déterminer l'expression de la fonction f_4 représentée par la droite (d_4).
5. Déterminer l'expression de la fonction f_5 représentée par la droite (d_5).

Exercice 9:



1. Déterminer l'expression de la fonction f_1 représentée par la droite (d_1).
2. Déterminer l'expression de la fonction f_2 représentée par la droite (d_2).
3. Déterminer l'expression de la fonction f_3 représentée par la droite (d_3).
4. Déterminer l'expression de la fonction f_4 représentée par la droite (d_4).
5. Déterminer l'expression de la fonction f_5 représentée par la droite (d_5).

Exercice 10:

1. La fonction f est une fonction affine et on sait que $f(-5) = 22$ et $f(4) = -14$. Déterminer la forme algébrique de la fonction f.
2. La fonction f est une fonction affine et on sait que $f(0) = 5$ et $f(4) = 9$. Déterminer la forme algébrique de la fonction f.
3. La fonction f est une fonction affine et on sait que $f(-2) = -7$ et $f(-1) = -5$. Déterminer la forme algébrique de la fonction f.
4. La fonction f est une fonction affine et on sait que $f(3) = -12$ et $f(4) = -17$. Déterminer la forme algébrique de la fonction f.

Exercice 11:
Représenter graphiquement et donner tableaux de signes et de variation la fonction affine définie par :

1. $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$
2. $f(x) = -2x - 2$
3. $f(x) = -2x - 3$
4. $f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$

Exercice 12:
Représenter graphiquement et donner tableaux de signes et de variation la fonction affine définie par :

1. $f(x) = 2x + 3$
2. $f(x) = 4x + 1$
3. $f(x) = -\frac{1}{2}x - 4$
4. $f(x) = -\frac{5}{2}x + 3$

Exercice 13:
On donne le tableau de variations de la fonction affine $f(x) = ax + b$.

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	0 $\nearrow$	$+\infty$

1. Quel est le signe de a ?
2. D'après le tableau, l'image de -4 est 0. Traduire cette information par une égalité faisant intervenir a et b.
3. Déterminer a et b sachant que l'image de 0 est 8.

Exercice 14 :
Sur une autoroute, le prix du péage est de $0,07$ euros par kilomètre. La société qui exploite l'autoroute propose aux usagers un abonnement aux conditions suivantes :

- achat d'une carte annuelle d'un coût de 56 euros.
- 30% de réduction sur le prix du kilomètre aux titulaires de la carte.

1. Un automobiliste parcourt 10000 km sur l'autoroute dans l'année.
   (a) Combien paie-t-il sans abonnement ?
   (b) Combien paie-t-il avec abonnement ?
   (c) Quel est le pourcentage d'économie réalisé s'il prend un abonnement ?
2. Les fonctions f et g sont définies de la façon suivante :
   - $f(x)$ est le coût du péage pour un automobiliste non abonné parcourant x kilomètres dans l'année.
   - $g(x)$ est le coût du péage pour un automobiliste abonné parcourant x kilomètres dans l'année.

   (a) Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
   (b) Montrer que $g(x) = 0,049x + 56$
   (c) Représenter graphiquement les fonctions f et g dans un même repère sur l'intervalle $[0; 10000]$. Sur l'axe des abscisses, un centimètre représente 1000 km et sur l'axe des ordonnées, un centimètre représente 100 euros.
   (d) Résoudre par le calcul l'inéquation $g(x) \leq f(x)$.
   En déduire la distance parcourue, arrondie au km, à partir de laquelle l'automobiliste a intérêt à s'abonner.