NOM Prénom :

Interrogation 21 - Sujet A - 15 minutes — 1ère tronc commun (Contrôle continue)

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. L'aire A d'un trapèze de petite base b, de grande base B et de hauteur h est donnée par : $A = \dfrac{(b+B)\times h}{2}$.
   L'expression permettant, à partir de cette formule, d'exprimer la grande base B est :

   (a) $B = \dfrac{2A-b}{h}$ | (b) $\boxed{B = \dfrac{2A}{h} - b}$ | (c) $B = \dfrac{A}{h} - b$ | (d) $B = \dfrac{2A}{h} + b$

2. Ce matin, Farida a ouvert une bouteille d'eau.
   Elle a bu $\dfrac{1}{3}$ de la bouteille. Puis à midi, elle a bu $\dfrac{1}{4}$ du reste.
   Quelle fraction de la bouteille a-t-elle bu à midi ?

   (a) $\dfrac{3}{4}$ | (b) $\dfrac{2}{3}$ | (c) $\dfrac{7}{12}$ | (d) $\boxed{\dfrac{1}{6}}$

3. L'ensemble des solutions $\mathcal{S}$ de l'équation $-x^2 + 10x - 7 = -7$ est :

   (a) $\mathcal{S} = \{-10\,;\,0\}$ | (b) $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\dfrac{1}{10}\right\}$ | (c) $\mathcal{S} = \{10\}$ | (d) $\boxed{\mathcal{S} = \{0\,;\,10\}}$

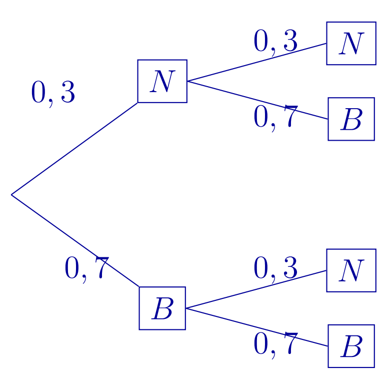
Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 5 points)*

Une urne contient 3 jetons noirs et 7 jetons blancs.
On tire au hasard successivement et avec remise deux jetons de l'urne.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Si on obtient un jeton blanc, on perd 3 euros. Sinon on gagne 7 euros.
   On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la somme des gains des deux tirages.
   (a) Déterminer les trois valeurs prises par X.
   (b) Etablir la loi de probabilité de X.
   On exprimera les probabilités sous forme décimale.
   (c) Calculer $\mathbb{P}(X > 0)$.
   (d) Calculer l'espérance $\mathbb{E}(X)$.

Solution :

1. On a l'arbre pondéré suivant :



2. (a) On a $E = \{-6; 4; 14\}$.
   (b) On a la loi de probabilité suivante :

Valeurs de X : x_i	-6	4	14
Probabilité : $\mathbb{P}(X = x_i)$	$0,49$	$0,42$	$0,09$

   (c) On a $\mathbb{P}(X > 0) = \mathbb{P}(X = 4) + \mathbb{P}(X = 14) = 0,42 + 0,09 = 0,51$.
   (d) On a $\mathbb{E}(X) = -6 \times 0,49 + 4 \times 0,42 + 14 \times 0,09$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(.../ 3 points)*

1. Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$.
2. Pour $x \in \mathbb{R}$ on définit $f(x) = \dfrac{2x}{x^2 + 2x + 1}$. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
3. Pour $x \in \mathbb{R}$, on définit $g(x) = x^2 \cos(x)$. Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Solution :

1. $$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{\sqrt{2}^2 + (-\sqrt{2})^2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

   On sait que $\cos(\theta) = \frac{\Re(z)}{|z|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\sin(\theta) = \frac{\Im(z)}{|z|} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   On a donc $\theta = -\frac{\pi}{4}$ (à 2π près).
   Finalement, la forme trigonométrique de ce nombre complexe est $z = 2\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$.
2. Soit $x \in \mathbb{R}$. D'après la formule de dérivation d'un quotient de deux fonctions,
   $$f'(x) = \frac{2 \times (x^2 + 2x + 1) - 2x \times (2x + 2)}{(x^2 + 2x + 1)^2} = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 2x + 1)^2}$$
3. Soit $x \in \mathbb{R}$. D'après la formule de dérivation du produit de deux fonctions,
   $$g'(x) = 2x\cos(x) - x^2\sin(x)$$

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. Le périmètre P d'un rectangle est donnée en fonction de sa longueur L et sa largeur ℓ par : $P = 2(L + \ell)$
L'expression permettant, à partir de cette formule, d'exprimer L est :

   (a) $L = \dfrac{P}{2\ell}$ | (b) $L = \dfrac{P-\ell}{2}$ | (c) $L = P - 2\ell$ | (d) $\boxed{L = \dfrac{P}{2} - \ell}$

2. Ce matin, Aude a ouvert une bouteille d'eau.
Elle a bu $\dfrac{2}{3}$ de la bouteille. Puis à midi, elle a bu $\dfrac{1}{4}$ du reste.
Quelle fraction de la bouteille a-t-elle bu à midi ?

   (a) $\dfrac{1}{3}$ | (b) $\boxed{\dfrac{1}{12}}$ | (c) $\dfrac{1}{6}$ | (d) $\dfrac{3}{4}$

3. L'ensemble des solutions $\mathcal{S}$ de l'équation $-2x^2 - 9x + 6 = 6$ est :

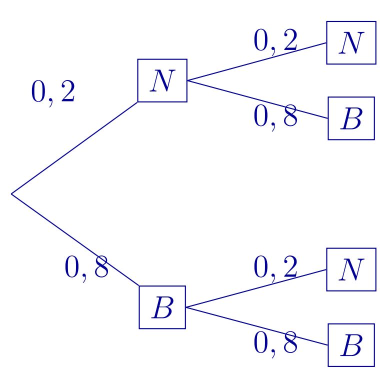
   (a) $\boxed{\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{9}{2}\,;\,0\right\}}$ | (b) $\mathcal{S} = \left\{0\,;\,\dfrac{9}{2}\right\}$ | (c) $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{9}{2}\right\}$ | (d) $\mathcal{S} = \left\{-\dfrac{2}{9}\,;\,0\right\}$

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 5 points)*
Une urne contient 2 jetons noirs et 8 jetons blancs.
On tire au hasard successivement et avec remise deux jetons de l'urne.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Si on obtient un jeton blanc, on perd 2 euros. Sinon on gagne 8 euros.
On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la somme des gains des deux tirages.
   (a) Déterminer les trois valeurs prises par X.
   (b) Etablir la loi de probabilité de X.
   On exprimera les probabilités sous forme décimale.
   (c) Calculer $\mathbb{P}(X > 0)$.
   (d) Calculer l'espérance $\mathbb{E}(X)$.

Solution :

1. On a l'arbre pondéré suivant :



2. (a) On a $E = \{-4; 6; 16\}$.

   (b) On a la loi de probabilité suivante :

Valeurs de X : x_i	-4	6	16
Probabilité : $\mathbb{P}(X = x_i)$	$0,64$	$0,32$	$0,04$

   (c) On a $\mathbb{P}(X > 0) = \mathbb{P}(X = 4) + \mathbb{P}(X = 14) = 0,32 + 0,04 = 0,36$.

   (d) On a $\mathbb{E}(X) = -4 \times 0,6 + 6 \times 0,32 + 16 \times 0,04$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(.../ 3 points)*

1. Déterminer la forme trigonométrique du nombre complexe $z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$.
2. Pour $x \in \mathbb{R}$ on définit $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 + 3x + 1}$. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$
3. Pour $x \in \mathbb{R}$, on définit $g(x) = x^3 \sin(x)$. Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Solution :

1. $$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{\sqrt{2}^2 + (-\sqrt{2})^2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

   On sait que $\cos(\theta) = \frac{\Re(z)}{|z|} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et que $\sin(\theta) = \frac{\Im(z)}{|z|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
   On a donc $\theta = \frac{3\pi}{4}$ (à 2π près).

   Finalement, la forme trigonométrique de ce nombre complexe est $z = 2\left(\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)\right)$.

2. Soit $x \in \mathbb{R}$. D'après la formule de dérivation d'un quotient de deux fonctions,
   $$f'(x) = \frac{3 \times (x^2 + 3x + 1) - 3x \times (2x + 3)}{(x^2 + 3x + 1)^2} = \frac{-3x^2 + 3}{(x^2 + 3x + 1)^2}$$

3. Soit $x \in \mathbb{R}$. D'après la formule de dérivation du produit de deux fonctions,
   $$g'(x) = 3x^2 \sin(x) + x^3 \cos(x)$$