Exercice 1 : *(... / 11 points)*
On coule du béton pour faire une dalle. Au début, le béton est mou, puis, au fil du temps, il sèche, et devient plus résistant.

On note $f(t)$ la résistance du béton à l'instant t.
$f(t)$ est exprimée en mégapascal (MPa) et t désigne le nombre de jours de séchage.

Les trois parties peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A. Résolution d'une équation différentielle

On admet que la fonction f est solution de l'équation différentielle :

$$(E): \quad y' + 0,06y = 2,1$$

où y est une fonction inconnue de la variable réelle t, définie et dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$ et où y' est la dérivée de y.

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
2. Déterminer l'expression de la fonction f sachant qu'à l'instant $t = 0$ la résistance du béton est nulle.

Partie B. Étude de fonction

On considère à nouveau la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par:

$$f(t) = -35e^{-0,06t} + 35$$

On rappelle que $f(t)$ désigne la résistance du béton, exprimée en mégapascal, à l'issue de t jours de séchage.

1. Quelle est la résistance du béton après 7 jours de séchage ? Après 72 heures ?
   Arrondir au dixième.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée.
   Vérifier que, pour tout réel t appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, on a :
   $$f'(t) = 2,1e^{-0,06t}$$
3. Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0\ ;\ +\infty[$ et en déduire le sens de variations de f
4. Déterminer la limite de $f(t)$ lorsque t tend vers l'infini.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Le fabricant du béton affirme que la résistance après 28 jours de séchage correspond à 80 % de la résistance finale.
   Cette affirmation est-elle juste ?
6. On considère la fonction F définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par
   $$F(t) = \frac{1750}{3}e^{-0,06t} + 35t$$
   Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

7. Déterminer une valeur approchée au dixième de la valeur moyenne de la résistance du béton sur les 28 premiers jours.

   On fournit la formule suivante:

La valeur moyenne M d'une fonction h sur l'intervalle $[a\ ;\ b]$ est définie par : $$M = \frac{1}{b-a}\int_a^b h(t)\,\mathrm{d}t$$

Partie C. Algorithme

On note N le nombre entier correspondant au nombre minimal de jours de séchage permettant d'obtenir une résistance au moins égale à 21 MPa.

1. Recopier l'algorithme ci-dessous et compléter les lignes 5 et 6.

```
1 import numpy as np
2 
3 t=0
4 R=0
5 while ... :
6     t=...
7     R=-35*np.exp(-0.06*t)+35
```

2. Donner la valeur de N. Expliquer la démarche suivie.

Exercice 2 : *(... / 2 points)*
On considère les nombres complexes $z_1 = \sqrt{3} - i$ et $z_2 = 2\ e^{i\frac{\pi}{4}}$ où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Écrire le nombre z_1 sous forme exponentielle. Détailler les calculs.

2. Démontrer que le nombre $Z = z_1^3 \times z_2^2$ est un nombre réel en détaillant les calculs.

Exercice 3 : *(bonus)* *(... / 1 point)*
Résoudre sur $]0; +\infty[$ l'équation :

$$\ln(x+30) - \ln(x) = 2\ln(5)$$