Chapitre 9 : Suites arithmético-géométriques

Axel Carpentier

Première technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Suites arithmétiques
2. Suites géométriques
3. Exercice bilan

1. Suites arithmétiques

2. Suites géométriques

3. Exercice bilan

Suites arithmétiques

Définition:

Une suite (u_n) est dite arithmétique si elle est de la forme :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Où r est un réel quelconque.
r s'appelle la raison de la suite (u_n).

Exemple:

- Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 5$ et $u_0 = 0$. On a donc :
  - $u_1 = u_0 + r = 0 + 5 = 5$
  - $u_2 = u_1 + r = 5 + 5 = 10$
- Soit (v_n) une suite arithmétique de raison $r = -1,5$ et $v_0 = 7$. On a donc :
  - $v_1 = v_0 + r = 7 - 1,5 = 5,5$
  - $v_2 = v_1 + r = 5,5 - 1,5 = 4$

Propriété:

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.
On a que pour tout entier n, $r = u_{n+1} - u_n$ donc on en déduit que:

- (u_n) est strictement croissante si et seulement si $r > 0$.
- (u_n) est strictement décroissante si et seulement si $r < 0$.
- (u_n) est constante si et seulement si $r = 0$.

Exemple: (précédent)

- Pour (u_n) on a $r = 5 > 0$ donc (u_n) est strictement croissante.
- Pour (v_n) on a $r = -1,5 < 0$ donc (v_n) est strictement décroissante.

Suites arithmétiques

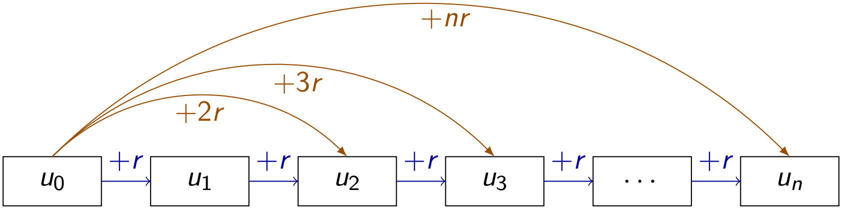
Propriété:

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.
On a que pour tout entier n :

$$u_n = u_0 + nr$$

Exemple: (précédent)

- Pour (u_n) on a $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 5n$.
- Pour (v_n) on a $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 7 - 1,5n$.



Suites arithmétiques

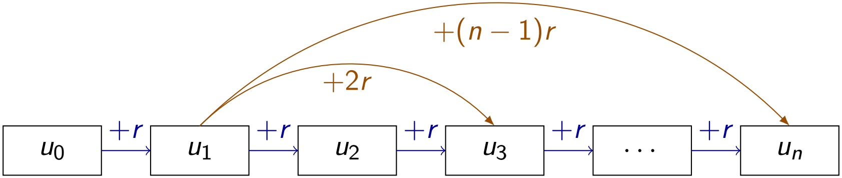
Remarque

Il est possible que le premier terme ne soit pas u_0. On effectue alors un décalage d'indice :

$$u_n = u_1 + (n-1) \times r$$

En effet, pour passer de u_1 à u_n on additionne $(n-1)$ fois la raison.

<u>Exemple:</u>
Soit (u_n) une suite arithmétique de raison 2 et de premier terme $u_1 = 5$.
On a $u_n = 5 + (n-1) \times 2$.



1. Suites arithmétiques

2. Suites géométriques

3. Exercice bilan

Suites géométriques

Définition:

Une suite (u_n) est dite géométrique si elle est de la forme :

$$u_{n+1} = q \times u_n$$

Où q est un réel quelconque strictement positif.
q s'appelle la raison de la suite (u_n).

Exemple:

- Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q = 2$ et $u_0 = 3$. On a donc :
  - $u_1 = q \times u_0 = 2 \times 3 = 6$
  - $u_2 = q \times u_1 = 2 \times 6 = 12$
- Soit (v_n) une suite géométrique de raison $q = 0,5$ et $v_0 = 200$. On a donc :
  - $v_1 = q \times v_0 = 200 \times 0,5 = 100$
  - $v_2 = q \times v_1 = 100 \times 0,5 = 50$

Suites géométriques

Propriété:

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q.
On a que pour tout entier n, $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$ donc on en déduit que:

- (u_n) est strictement croissante si et seulement si $q > 1$.
- (u_n) est strictement décroissante si et seulement si $q < 1$.
- (u_n) est constante si et seulement si $q = 1$.

Exemple: (précédent)

- Pour (u_n) on a $q = 2 > 1$ donc (u_n) est strictement croissante.
- Pour (v_n) on a $q = 0,5 < 1$ donc (v_n) est strictement décroissante

Suites géométriques

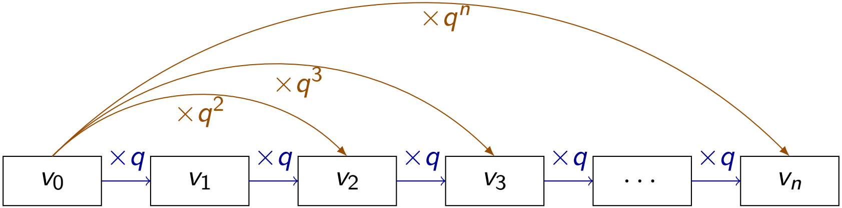
Propriété:

Soit (v_n) une suite géométrique de raison q.
On a que pour tout entier n :

$$v_n = v_0 \times q^n$$

Exemple: (précédent)

- Pour (u_n) on a $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3 \times 2^n$.
- Pour (v_n) on a $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 200 \times 0,5^n$.



Suites géométriques

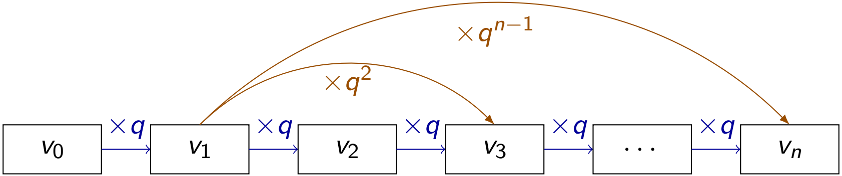
Remarque

Il est possible que le premier terme ne soit pas v_0. On effectue alors un décalage d'indice :

$$u_n = v_1 \times q^{n-1}$$

En effet, pour passer de u_1 à u_n on multiplie $(n-1)$ fois la raison.

Exemple:
Soit (v_n) une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $v_1 = 5$.
On a $v_n = 5 \times 2^{n-1}$.



1. Suites arithmétiques

2. Suites géométriques

3. Exercice bilan

Exercice bilan

1. Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_2 = 5$ et $u_5 = 10$.
   1.1 Déterminer sa raison r.
   1.2 Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   1.3 Déterminer le sens de variation de (u_n).
   1.4 Calculer u_0.
   1.5 Exprimer u_n en fonction de n.
2. Soit (v_n) une suite arithmétique telle que $v_2 = 5$ et $v_5 = 10$.
   2.1 Déterminer sa raison q.
   2.2 Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
   2.3 Déterminer le sens de variation de (v_n).