# Chapitre 13 : Statistiques

Axel Carpentier

Première technologique :

Tronc commun

# Table des matières

# Statistiques à deux variables

Pour étudier une popultation selon deux caractères quantitatifs, on considère une série statistique à deux variables $x$ et $y$ composée de $n$ observations $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, ..., $(x_n; y_n)$, chaque $x_i$ correspondant au caractère $x$ et chaque $y_i$ correspondant au caractère $y$.

Exemple:

On interroge 8 personnes en leur demandant chacune leur taille et leur poids. On a donc une série statistique $x$ relative à la taille et une série statistique $y$ relative au poids.

| **Personne** | **A** | **B** | **C** | **D** | **E** | **F** | **G** | **H** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Taille** | 165 | 167 | 169 | 171 | 173 | 174 | 175 | 178 |
| **Poids** | 68 | 73 | 71 | 72 | 70 | 75 | 82 | 85 |

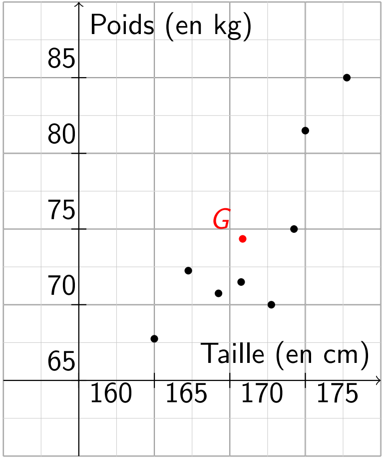
**Définition:**

A une série statistique on associe :

- Un nuage de points, qui est l'ensemble des $n$ points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère du plan.
- Un point moyen dans le même repère : $G(\overline{x}; \overline{y})$ où $\overline{x}$ et $\overline{y}$ sont respectivement les moyennes des séries $x$ et $y$.

Exemple:

En reprenant l'exemple précédent on a donc le nuage de point suivant :




En calculant les moyennes des séries statistiques taille ($x$) et poids ($y$), on obtient respectivement $\bar{x} = 171,5$ et $\bar{y} = 74,5$.

On a donc le point moyen $G(171,5; 74,5)$.

**Définition:**

Le principe de l'ajustement est de chercher un lien éventuel et simple entre $x$ et $y$.
Dans le cadre d'un ajustement affine, on cherche à lier $x$ et $y$ par une relation de la forme:

$$y = ax + b$$

On obtient alors une droite d'ajustement censée représenter le nuage de points.

## Méthode:

Il y a plusieurs méthodes pour tracer la droite d'ajustement :

- "Au jugé", c'est-à-dire de la faire passer "au milieu" du nuage de points.
- En utilisant deux points données, appartenant ou non au nuage de points ou dont l'un des deux et le point $G$.
- A partir de l'équation de la droite d'ajustement, si elle est donnée.
- Si le coefficient directeur ou l'ordonnée à l'origine est donné et la droite d'ajustement passe par $G$ ou un point du nuage.
- Par la méthode des moindres carrés via la calculatrice.

## Remarque

Si les points ne sont pas à peu près alignés, un ajustement affine n'a pas d'intérêt.

<u>Exemple:</u>
En reprenant l'exemple précédent on a donc diverses méthodes pour obtenir l'ajustement affine de cette série statistique.

- **Méthode 1:** On suppose que la droite passe deux points $G$ et $A(159; 60,5)$.
  On a alors son coefficient directeur :

$$a = \frac{y_G - y_A}{x_G - x_A} = 1,12$$

  On a son ordonnée à l'origine donné, au point $G$ par :

$$y_G = 1,12x_G + b \iff 74,5 = 1,12 \times 171,5 + b \iff b = -117,58$$

  On a donc la droite d'équation :

$$y = 1,12x - 117,58$$

- **Méthode 2:** On suppose que la droite passe par $G$ en connaissant son ordonnée à l'origine.
  On suppose donc que :
  $$y = ax - 117,58$$
  On a donc, au point $G$ :
  $$y_G = ax_G - 117,58 \iff 74,5 = a \times 171,5 - 117,58 \iff a \simeq 1,12$$
  On a donc la droite d'équation :
  $$y = 1,12x - 117,58$$

- **Méthode 3:** On suppose que la droite passe par $G$ en connaissant son coefficient directeur.
  On suppose donc que :
  $$y = 1,12x + b$$
  On a donc, au point $G$ :
  $$y_G = 1,12x_G + b \iff 74,5 = 1,12 \times 171,5 + b \iff b \simeq -117,58$$

- **Méthode 4:** Méthode des moindres carrés.
  A la calculatrice, on a :

$$a \simeq 1,1212 \quad \text{et} \quad b \simeq 117,7878$$

On a donc la droite d'équation :

$$y = 1,1212x - 117,7878$$

**Remarque**

Les réels $a$ et $b$ sont donnés par la calculatrice.

**T.I.**

- Touche $\boxed{\text{STAT}}$
- Menu $\boxed{\text{CALC}}$
- Item $\boxed{\text{LinReg}}$
- LinReg $L_1, L_2$

**Casio**

- Menu $\boxed{\text{STAT}}$
- Item $\boxed{\text{CALC}}$
- Règler les paramètres avec $\boxed{\text{set}}$
- Item $\boxed{\text{REG}}$
- Choisir $\boxed{\text{X}}$

**Remarque**

L'objectif d'un ajustement est de faire une estimation à partir de la relation trouvée entre $x$ et $y$.

# Exercice bilan

Le tableau suivant donne l'évolution des ventes de miel, en kg, dans une région pendant cinq annés consécutives.

| **Rang de l'année :** $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Masse des ventes :** $y_i$ | 1 671 | 1 772 | 1 394 | 1 621 | 1 321 |

1. On considère le nuage de de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal. Déterminer les coordonnées $(\bar{x}; \bar{y})$ du point moyen de ce nuage.
2. On ajuste le nuage de points précédent par la droite $\Delta$ d'équation $y = -87,5x + p$. Déterminer $p$ pour que la droite $\Delta$ passe par le point $G$.
3. A l'aide de l'équation obtenue précédemment, estimer la masse des ventes l'année de rang 9. Arrondir à l'unité.