

# 1 Statistiques

## 1.1 Compétences Attendues

- Représenter un nuage de points.
- Savoir calculer les coordonnées du point moyen.
- Déterminer et utiliser un ajustement affine.
- Interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues à l'aide d'un ajustement affine.

## 1.2 Exercices

### Exercice 1:

Construire le nuage de point associé à la série statistique suivante :

$x_i$	42	48	54	60	66
$y_i$	13,2	15,2	14,4	13,8	14,6

Un ajustement affine est-il envisageable ?

### Exercice 2:

Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  (si nécessaire, les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près).

$x_i$	1	2	3	4	5
$y_i$	2 276	2 284	2 203	2 187	2 082

### Exercice 3:

On donne ci-dessous le tableau d'une série statistique à deux variables.

$x_i$	35,2	$a$	26,7	21	18,4	15,2	11,3	9,8
$y_i$	11,4	9,5	7,6	5,2	4	3,1	2,8	$b$

On sait que le point moyen de cette série a pour coordonnées  $(21,3 ; 5,6)$ . Calculer la valeur de  $a$  et celle de  $b$ .

### Exercice 4:

On estime que la droite d'équation  $y = 0,25x - 4,2$  fournit un bon ajustement affine du nuage de points d'une série statistique à deux variables.

1. Calculer  $y$  lorsque  $x = 3$ .
2. Calculer  $x$  lorsque  $y = 6,5$ .

### Exercice 5:

Un magazine automobile a réalisé des mesures sur l'autonomie  $d$  des voitures électriques en km suivant l'année  $x$  depuis 2020. On admet que la droite d'équation  $d = 25x - 50\,339$  fournit un bon ajustement affine de la situation. Si ce modèle d'ajustement reste encore fiable quelques années :

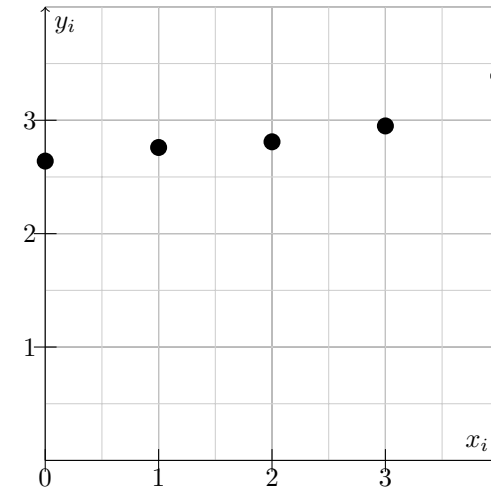
1. Estimer l'autonomie des voitures électriques en 2026.
2. Estimer en quelle année l'autonomie des voitures électriques dépassera 600 km.

### Exercice 6:

Le tableau ci-dessous rend compte de l'évolution du prix (en euros) du  $m^3$  d'eau, dans une ville entre 2015 et 2019:

Année	2015	2016	2017	2018	2019
Rang de l'année : $x_i$	0	1	2	3	4
Prix en euros de $m^3$ d'eau : $y_i$	2,64	2,76	2,81	2,95	3,39

1. Calculer le pourcentage d'augmentation du prix entre 2015 et 2019. Arrondir à 0,1% près.
2. Le nuage de points associé à cette série statistique est représenté ci-dessous :



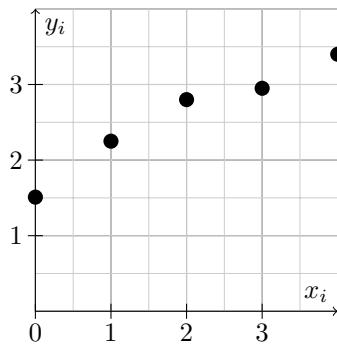
- (a) Choisir une droite d'ajustement de ce nuage. Donner son équation.
  - (b) Quelle estimation du prix en euros (arrondi au centième d'euro) du  $m^3$  d'eau peut-on en déduire pour 2023 ?
3. Avec un tableur, on a obtenu la droite d'ajustement d'équation  $y = 0,17x + 2,57$ . Reprendre la question du 2.(b).

**Exercice 7:**

Le tableau suivant rend compte de l'évolution du prix (en euros) du kilogramme d'une matière première utilisée dans l'industrie pharmaceutique, pendant cinq années consécutives.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	0	1	2	3	4
<b>Prix en euros ddu kg : <math>y_i</math></b>	1,51	2,25	2,80	2,95	3,40

- Calculer le pourcentage d'augmentation du prix entre l'année de rang 0 et l'année de rang 4. Donner le résultat arrondi à 0,1%.
- Le nuage de point associé à cette série statistique est représenté ci-dessous.



- Choisir une droite d'ajustement de ce nuage. Donner son équation.
- Quelle estimation en euros du kilogramme de matière première peut-on en déduire pour l'année de rang 6 ?
- On suppose avoir une droite d'ajustement d'équation  $y = 0,487x + 1,647$ . Reprendre la question 2.(b).

**Exercice 8:**

Une entreprise étudie l'évolution de la proportion de cadres parmi ses employés pendant huit années consécutives. Le tableau suivant donne la proportion de cadres, en pourcentage, pour chacune de ces huit années.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Proportion des cadres en pourcentage : <math>y_i</math></b>	11,9	14,2	15,8	18,1	19,6	20,3	21,2	22,9

- Dans un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm, représenter le nuage des points  $M_i$  de coordonnées  $(x_i; y_i)$ . Graduer à l'axe des ordonnées à partir de 10.
- On nomme  $G$  le point moyen du nuage de points.

- Calculer les coordonnées du point  $G$  et placer ce point sur le graphique.
- Tracer sur le graphique une droite  $\mathcal{D}$  passant par  $G$  qui réalise un bon ajustement affine du nuage de points.
- Déterminer une équation de la droite  $\mathcal{D}$ .

3. On réalise, à l'aide de la droite  $\mathcal{D}$ , un ajustement affine du nuage représenté. Utiliser l'équation de la droite  $\mathcal{D}$  pour estimer:

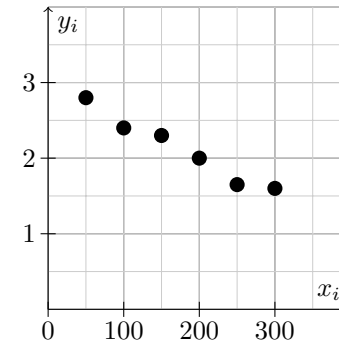
- La proportion de cadres, sous forme de pourcentage parmi les employés de l'entreprise l'année de rang 9.
- Le rang de l'année à partir de laquelle la proportion de cadres parmi les employés de l'entreprise dépasserait 30%.

**Exercice 9:**

Le tableau suivant donne le prix de vente d'un article en fonction de la quantité commandée.

<b>Quantité commandée : <math>x_i</math></b>	50	100	150	200	250	300
<b>Prix en milliers d'euros : <math>y_i</math></b>	2,8	2,4	2,3	2	1,65	1,6

Le nuage de point correspondant est représenté ci-dessous.



- Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  de ce nuage de points.
- Reproduire la figure. On donne le point  $A(250; 1,75)$ . Placer les points  $G$  et  $A$ . Tracer la droite  $(AG)$ .
- On admet que la droite  $(AG)$  est une droite d'ajustement du nuage.
  - Déterminer graphiquement une estimation du prix de vente d'un article si on en commande 230. Faire apparaître les tracés utiles.
  - On admet qu'une équation de  $(AG)$  est  $y = 3 - 0,005x$ . Retrouver par le calcul l'estimation demandée au 3.(a).

**Exercice 10:**

Le tableau suivant donne les dépenses en santé, en milliards d'euros, d'un pays pour quatre années consécutives.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	1	2	3	4
<b>Dépenses en milliards d'euros : <math>y_i</math></b>	64,34	69,07	74,84	80,94

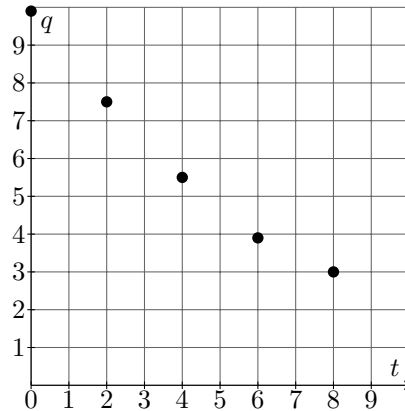
- Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série  $(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal.
- On désigne par  $A$  et  $B$  les points de coordonnées  $(1; 64,34)$  et  $(4; 80,94)$ . On décide de prendre comme droite d'ajustement du nuage la droite  $(AB)$ .
  - Déterminer une équation de la droite  $(AB)$  sous la forme  $y = ax + b$ . Arrondir  $a$  et  $b$  à  $10^{-2}$ .
  - Déduire de la question précédente une prévision des dépenses pour l'année de rang 5.

**Exercice 11:**

Un médicament est injecté par voie intraveineuse. Dans les heures qui suivent, la substance est éliminée par les reins. La quantité  $q_i$  présente dans le sang (en mg) à l'instant  $t_i$  (en heures) a été mesurée par des prises de sang toutes les deux heures :

$t_i$	0	2	4	6	8
$q_i$	9,9	7,5	5,5	3,9	3

Le nuage de points associé à la série statistique  $(t_i; q_i)$  est représenté ci-dessous.



- On désigne par  $G$  le point moyen du nuage. Calculer les coordonnées du point  $G$ .

- On désigne par  $A$  le point du nuage de coordonnées  $(8; 3)$ .
  - Construire la droite  $(AG)$  sur la figure, après l'avoir reproduite.
  - Démontrer qu'une équation de la droite  $(AG)$  est :  $y = -0,74x + 8,92$ .
- On décide de prendre la droite  $(AG)$  comme droite d'ajustement affine du nuage. On admettant que l'évolution observée se poursuit
  - Utiliser l'ajustement affine pour estimer la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 5 heures.
  - Utiliser l'ajustement affine pour estimer la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 10 heures.

**Exercice 12:**

Le tableau suivant donne la population d'une ville nouvelle entre les années 1985 et 2015 :

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	0	5	10	15	20	25	30
<b>Population en milliers d'habitants : <math>y_i</math></b>	18	21	25	30	36	42	50

- Représenter le nuage de points associé à ce tableau dans un repère orthonormé. On prendra comme unité graphique 1 cm pour 5.
- Soit  $A(5; 21)$  et  $B(25; 42)$ . Déterminer une équation de la droite  $(AB)$ .
- Expliquer pourquoi on peut prendre la droite  $(AB)$  comme droite d'ajustement du nuage.
  - Déduire de cet ajustement une estimation de la population en 2025.

**Exercice 13:**

Le tableau suivant donne l'évolution des ventes de lait, en hectolitres, dans une région pendant cinq années consécutives.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	1	2	3	4	5
<b>Volum des ventes : <math>y_i</math></b>	114 671	114 772	114 394	115 621	116 321

- On considère le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal. Déterminer les coordonnées  $(\bar{x}; \bar{y})$  du point moyen de ce nuage.
- On ajuste le nuage de points précédent par la droite  $\Delta$  d'équation  $y = 414,9x + p$ . Déterminer  $p$  pour que la droite  $\Delta$  passe par le point  $G$ .
- A l'aide de l'équation obtenue précédemment, estimer le volume des ventes l'année de rang 6. Arrondir à l'unité.

**Exercice 14:**

Dans un lycée il y a 1 280 élèves. Dès l'apparition des premiers symptômes de l'épidémie, l'infirmière du lycée pendant 8 jours le nombre d'élèves malades. Le tableau ci-dessous indique les résultats observés.

<b>Rang du jour : <math>x_i</math></b>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Nombres d'élèves grippés : <math>y_i</math></b>	2	5	9	14	17	23	27	31

1. Construire dans un repère orthogonal le nuage de points associés à cette série statistique. On prendra les unités suivantes : en abscisse, 2 cm pour 1 jour, 1 cm pour deux élèves.
2. Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  et le placer sur le graphique.
3. On admet que la droite  $\mathcal{D}$  passe par  $G$  et de coefficient directeur 4,26 constitue une droite d'ajustement convenable du nuage. Déterminer une équation de  $\mathcal{D}$  de la forme  $y = 4,26x + b$ .
4. En utilisant cet ajustement, estimer à partir de combien de jours au moins 5% des élèves du lycée seront atteints par la grippe.

**Exercice 15:**

Avant de partir en vacances, une personne entreprend un régime afin de perdre du poids, en suivant les conseils d'un nutritionniste. Elle se pèse régulièrement à la fin de chaque semaine de régime, le même jour, à la même heure. Elle note l'évolution de son poids dans le tableau suivant.

<b>Rang de la semaine : <math>x_i</math></b>	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Poids en kg : <math>y_i</math></b>	63	62,6	61,4	61	61,2	60,6	60,4	59,8

1. Représentier le nuage de points  $M_i(x_i : y_i)$  associé à cette série statistique dans un repère orthogonal en prenant 1,5 cm pour 1 semaine et 5 cm pour 1 kg. Graduer l'axe des abscisses à partir de 0 et l'axe des ordonnées à partir de 59.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  du nuage et la placer sur le graphique.
3. Soit  $\mathcal{D}$  une droite d'équation  $y = -0,42x + p$ . Déterminer le nombre  $p$  sachant que  $\mathcal{D}$  passe par  $G$ .
4. On admet que la droite d'équation  $y = -0,42x + 63,14$  constitue un bon ajustement affine du nuage de points pendant 10 semaines.
5. Construire cette droite sur le graphique.
6. La personne voudrait atteindre le poids de 59 kg. Si son régime dure 9 semaines, selon les conditions ci-dessus, aura-t-elle atteint son objectif ? Justifier en vous aidant du graphique.

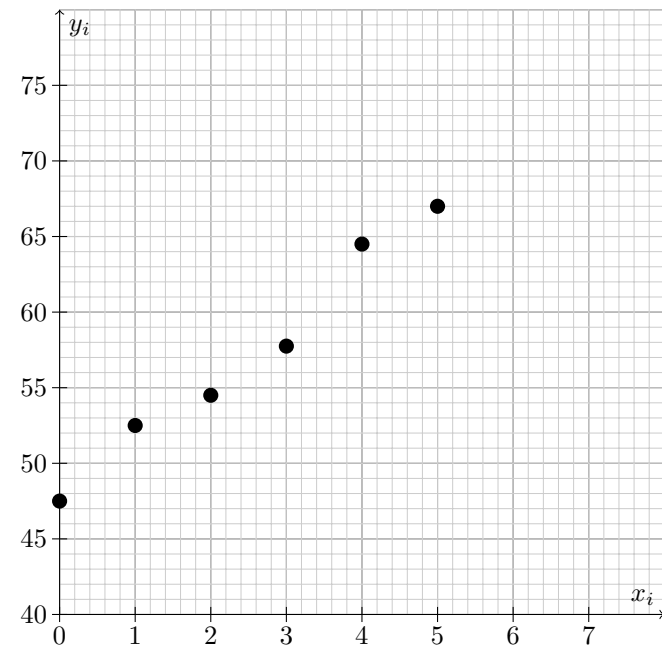
7. Retrouver le résultat de la question précédente en résolvant l'inéquation :  $-0,42x + 63,14 \leq 59$ .

**Exercice 16:**

Le tableau ci-dessous donne la dépense médicale en soins hospitaliers entre 2014 et 2019, dans un pays de l'Union européenne, en milliards d'euros.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	0	1	2	3	4	5
<b>Dépense en soins hospitaliers : <math>y_i</math></b>	47,6	52,7	54,8	58	64,3	67,1

Le nuage de points de coordonnées  $(x_i; y_i)$  est représenté ci-dessous, où la graduation en ordonnée débute à 40 milliards.



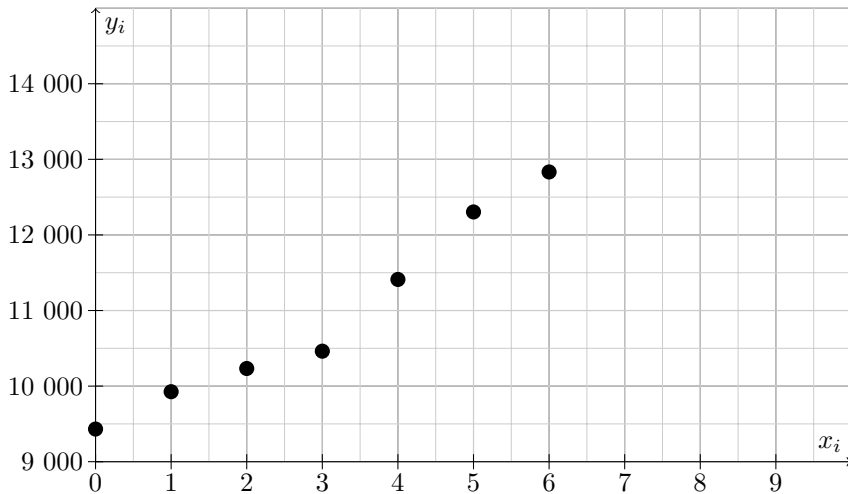
1. Déterminer les coordonnées, arrondies au dixième, du point moyen  $G$ . Placer le point  $G$  sur le graphique après l'avoir reproduit.
2. On souhaite réaliser un ajustement affine. A l'aide d'un logiciel, on a obtenu une droite d'ajustement  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = 3,9x + 47,67$ . Tracer la droite  $\mathcal{D}$  sur le graphique.
3. En supposant que le modèle reste valable dans les trois années suivantes, prévoir la dépense en soins hospitaliers en 2022. Indiquer la méthode utilisée.

**Exercice 17:**

On s'intéresse aux dépenses engendrés par la gestion des déchets dans un pays de l'Union européenne. Le tableau ci-dessous présente les données pendant six années consécutives.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	0	1	2	3	4	5	6
<b>Dépense : <math>y_i</math></b>	9 432	9 926	10 233	10 462	11 411	12 304	12 833

Le nuage de points de coordonnées  $(x_i; y_i)$  est donné ci-dessous.



- Calculer les coordonnées du point  $G$  de ce nuage.
- On décide d'ajuster le nuage avec la droite  $\mathcal{D}$  d'équation :  $y = 575,3x + 9 217,1$ .
  - Tracer la droite  $\mathcal{D}$  sur le graphique après l'avoir reproduit.
  - Vérifier que le point  $G$  appartient à la droite  $G$ .
  - En utilisant cet ajustement affines, estimer la dépense engendrée par la gestion des déchets l'année de rang 10.
- Au cours de quelle année, la dépense atteindra-t-elle 14 milliards d'euros ?

**Exercice 18:**

Le tableau suivant donne l'évolution de la population d'une ville pendant huit années consécutives.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	0	1	2	3	4	5	6	7
<b>Population : <math>y_i</math></b>	149	157,5	170	174	177	191	198,5	207

- Représenter le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère orthogonal en utilisant 2 cm pour l'unité d'abscisse et 1 cm pour 5 unités en ordonnée en partant de 140.
- Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  du nuage de points.
- Construire la droite  $\mathcal{D}_1$  d'équation  $y = 8x + 150$  et la droite  $\mathcal{D}_2$  d'équation  $y = 10x + 143$ . Vérifier par le calcul que ces deux droites passent par le point  $G$ .
- Laquelle de ces deux droites ajuste au mieux le nuage de points ? En utilisant la droit choisie, quelle population peut-on prévoir pour l'année de rang 10 ?

**Exercice 19:**

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaires mondial d'une entreprise entre 2013 et 2019 en millions d'euros.

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	0	1	2	3	4	5	6
<b>Chiffre d'affaires : <math>y_i</math></b>	18,3	20,1	23,3	25,3	27,8	30,6	32,4

- Représenter le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère avec pour unités : 1cm poure 1 en abscisse et 1cm pour 5 en ordonnée.
- A l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, donner une équation de la droite d'ajustement affine de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients sont à arrondir au centième.
  - Dans la suite, on choisit la droite  $d$  d'équation  $y = 2,4x + 18,1$  comme ajustement affine du nuage de points. Tracer la droite  $d$  sur le graphique.
- En supposant que cet ajustement demeure valable pendant plusieurs années, estimer le chiffre d'affaires de cette entreprise en 2020.

**Exercice 20:**

Pour les habitants d'une grand métropole, le temps moyen quotidien, en heures, passé par une personne devant un écran d'ordinateur, de tablette ou de smartphone est donné dans le tableau suivant entre 2015 et 2019 :

<b>Rang de l'année : <math>x_i</math></b>	0	1	2	3	4
<b>Temps en heures : <math>y_i</math></b>	2,78	3,27	3,52	3,77	3,97

- Représenter le nuage de points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère avec pour unités : 1cm pour 1 en abscisse et 1cm pour 1 en ordonnée.
- A l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés.
- Dans la suite de l'exercice, on prend la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = 0,3x + 2,9$  comme droite d'ajustement du nuage de points.

- (a) Tracer la droite  $\mathcal{D}$  sur le graphique.
- (b) En utilisant cet ajustement, déterminer une estimation du temps quotidien passé devant un écran à l'année de rang 6.
- (c) D'après ce modèle, en quelle année va-t-on atteindre les 5 heures devant un écran ?

**Exercice 21:**

Le tableau ci-dessous donne le nombre de nuitées (en milliers) dans l'hôtellerie dans une grande région touristique au mois de janvier, entre 2015 et 2019.

Rang de l'année : $x_i$	0	1	2	3	4
Nombre de milliers de nuitées : $y_i$	310	323,7	339,4	347,9	368,9

1.
  - (a) Calculer le taux d'évolution global du nombre de nuitées au mois de janvier entre 2015 et 2019.
  - (b) Calculer le taux d'évolution annuel moyen du nombre de nuitées au mois de janvier entre 2015 et 2019. Arrondir à 0,01%
2.
  - (a) Représenter le nuage des cinq points  $M_i(x_i; y_i)$  dans un repère où les axes se coupent au point  $A(0; 300)$  avec pour unités : 1cm pour 1 en abscisse et 1cm pour 10 en ordonnée.
  - (b) Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  de ce nuage de points.
  - (c) Dans la suite, on décide de prendre comme droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = 14x + 310$ .
    - i. Tracer la droite  $\mathcal{D}$  sur le graphique.
    - ii. Estimer le nombre de nuitées dans cette région au mois de janvier 2022.