

1 Fonctions usuelles

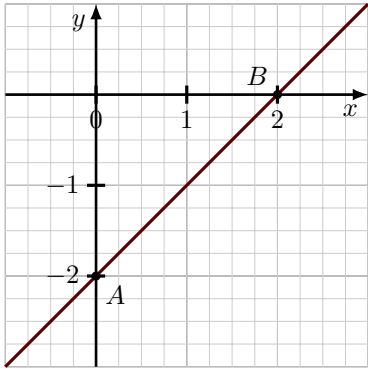
1.1 Fonctions affines

Définition:
Une fonction affine est de la forme :
$$f(x) =$$

où :

- m est
- p est

Exemple:



- L'intersection de la courbe et de l'axe des ordonnées est en
On a donc $p =$
- La courbe passe par les points $A(\dots, -\dots)$ et $B(\dots; \dots)$.
On a donc $m = \text{---} =$.

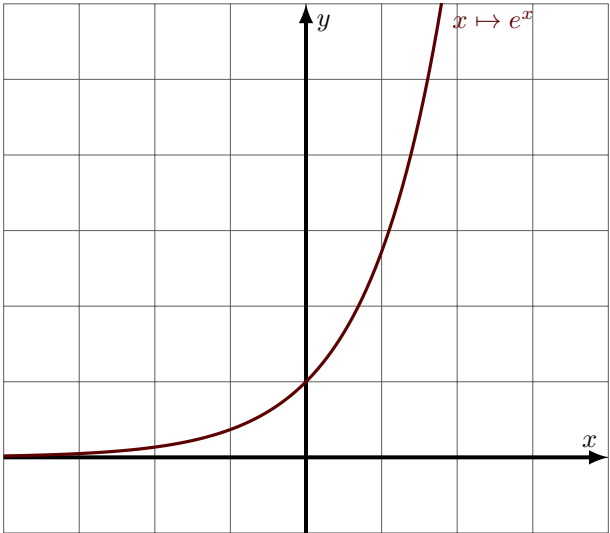
On a donc $f(x) =$

1.2 Fonction exponentielle

Définition:
On définit la fonction exponentielle par :
$$\exp : x \mapsto e^x$$

Le réel e est environ égal à 2,718.
On a :
$$e^0 = \qquad \qquad \text{et} \qquad \qquad e^1 =$$

La fonction exponentielle est strictementet strictement



Exemple:
Simplifier les expressions suivantes :

- $A = e^3 \times e^{-4} \times e^2$
 - $B = \frac{e^{-3}}{e^2}$
- $C = (e^{3x})^2$
 - $D = e \times (e^x)^{-4}$

1.3 Fonction logarithme népérien

Définition:
On définit la fonction logarithme népérien par :

$$\ln : x \mapsto \ln(x)$$

telle que :

$\ln(e^x) =$ et $e^{\ln(x)} =$

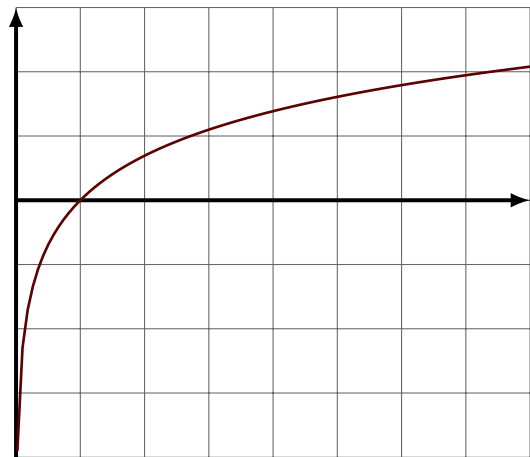
On a :

$\ln(1) =$ et $\ln(e) =$

Exemple:
Résoudre les équations suivantes

- $e^{3x+2} = 5$
- $\ln(5x + 2) = 3$

La fonction logarithme est définie sur l'intervalleet est strictement



Propriété :

- $\ln(a \times b) =$
- $\ln\left(\frac{1}{a}\right) =$

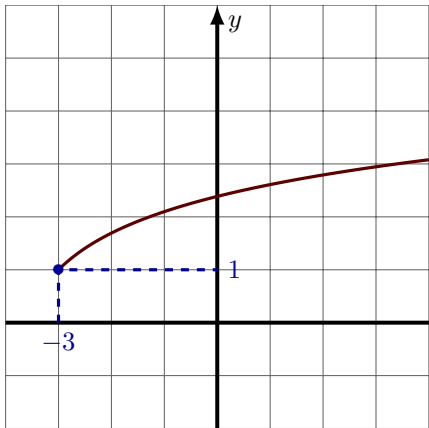
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) =$
- $\ln(a^n) =$

Exemple :
Simplifier les expressions suivantes :

- $A = \ln(1000) - \ln(0,1) + \ln(0,01)$
- $B = \ln(32) - 7 \ln(2) + \ln\left(\frac{1}{8}\right)$

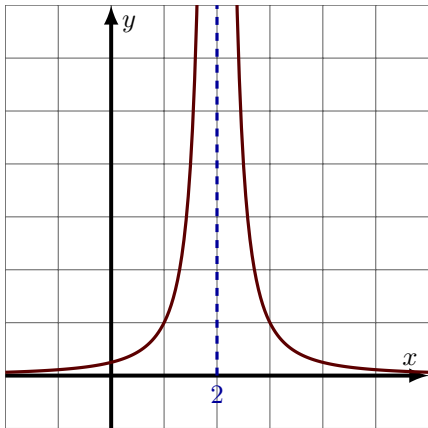
2 Limites

2.1 Limite en un point



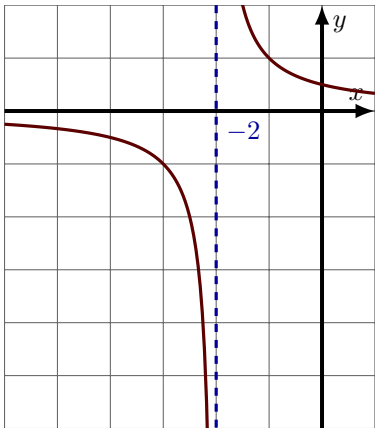
$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 1$

Il n’y a pas d’asymptote.



$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$

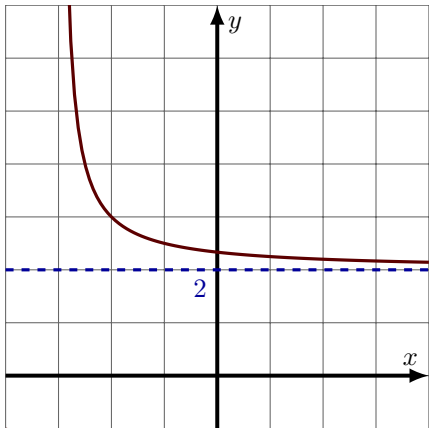
La courbe admet une asymptote verticale d’équation $x = 2$.



$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$

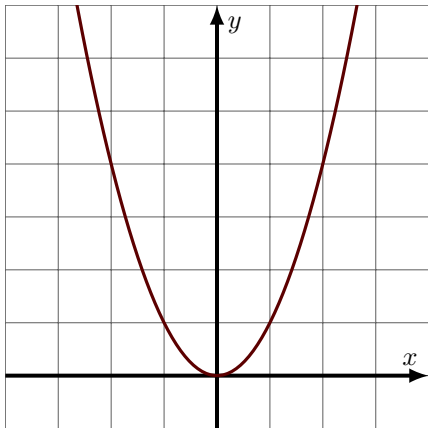
La courbe admet une asymptote verticale d’équation $x = -2$.

2.2 Limite en ∞



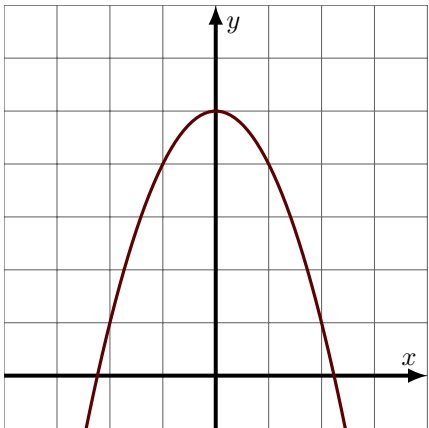
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

La courbe admet une asymptote horizontale d’équation $y = 2$.



$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Il n’y a pas d’asymptote.



$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

Il n’y a pas d’asymptote.

2.3 Limites des fonctions usuelles

	x^n	$\frac{1}{x^n}$	$x^\alpha, \alpha > 0$	$\frac{1}{x^\alpha}, \alpha > 0$	$\ln(x)$	$\exp(x)$	$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\lim_{x \rightarrow -\infty}$	$\pm\infty$	0	indéfini	indéfini	indéfini	0	aucune	aucune
$\lim_{x \rightarrow 0^-}$	0	$\pm\infty$	indéfini	indéfini	indéfini	1^-	1^-	0^-
$\lim_{x \rightarrow 0^+}$	0^+	$+\infty$	0^+	$+\infty$	$-\infty$	1^+	1^+	0^+
$\lim_{x \rightarrow +\infty}$	$+\infty$	0^+	$+\infty$	0^+	$+\infty$	$+\infty$	aucune	aucune

2.4 Opérations sur les limites

2.4.1 Limite d'une somme

$\lim f =$	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim g =$	ℓ'	$\pm\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim f + g =$	$\ell + \ell'$	$\pm\infty$	$+\infty$	$-\infty$	F.I

Exercice:

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x^3)$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} + x^2 \right)$

2.4.2 Limite d'un produit

$\lim f =$	ℓ	$\ell \neq 0$	$\pm\infty$	0
$\lim g =$	ℓ'	$\pm\infty$	$\pm\infty$	$\pm\infty$
$\lim f \times g =$	$\ell \times \ell'$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	F.I

Exercice:

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + 3) \times (e^x - 2)$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x} \times (x - 3) \right)$

2.4.3 Limite d'un quotient

$\lim f =$	ℓ	ℓ	ℓ	$\pm\infty$	$\pm\infty$	0
$\lim g =$	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	0	ℓ'	$\pm\infty$	0
$\lim \frac{f}{g} =$	$\frac{\ell}{\ell'}$	0	$\pm\infty$	$\pm\infty$	F.I	F.I

Exercice:

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 3}{e^x - 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - 3}{x^2}$

3 Dérivation

3.1 Dérivée de fonctions usuelles

On obtient le tableau de dérivation suivant :

	Fonction f	Dérivée f'
Constante	$f(x) = a$	$f'(x) = 0$
Affine	$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
Inverse	$f(x) = \frac{a}{x}$	$f'(x) = -\frac{a}{x^2}$
Racine carrée	$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
Puissance	$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Logarithme	$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
Exponentielle	$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
Cosinus	$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$
Sinus	$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$

3.2 Opérations sur les dérivées

On a ci-dessous un récapitulatif d'opérations de dérivation :

Fonction	Dérivée
$u + v$	$u' + v'$
uv	$u'v + uv'$
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
u^n	$nu'u^{n-1}$
$\cos(u)$	$-u' \sin(u)$
$\sin(u)$	$u' \cos(u)$
e^u	$u'e^u$
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$

3.3 Lien entre dérivation et sens de variation d’une fonction

Propriété :

- f est si et seulement si
- f est si et seulement si

Exemple:
On cherche à étudier les variations de la fonction :

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 5$$

- On commence par déterminer la dérivée de f .
On a $f'(x) =$
- On étudie le signe de cette dérivée.
- On en déduit les variations de f .
- On trace le tableau de variation de f .

x	$-\infty$	$\dots$	$+\infty$
$f'(x)$	$\begin{array}{c} \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{array}$		
$f(x)$			

- On cherche les extremums de la fonction f .