NOM Prénom :

Interrogation 3 - Sujet A - 15 minutes — Tle tronc commun (Contrôle continue)

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. Factoriser l'expression $A(x) = x^2 - 36$
2. Développer et réduire l'expression $B(x) = x^2 - (x-6)(5-x)$
3. Résoudre l'équation $(x-6)(4-x)(2x+1) = 0$.

Solution :

1. On a $A(x) = (x-6)(x+6)$.
2. On a $B(x) = x^2 - (5x - x^2 - 30 + 6x) = x^2 - 5x + x^2 + 30 - 6x = 2x^2 - 11x + 30$.
3. On a $x - 6 = 0$ ou $4 - x = 0$ ou $2x + 1 = 0$ donc $S = \left\{-\frac{1}{2}\ ;4\ ;6\right\}$.

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 6 points)*

1. Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 10$ et de raison $r = 5$.
   (a) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
   (b) Calculer u_{23}.
   (c) Calculer $\sum_{k=0}^{23} u_k$.
2. Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_1 = 2000$ et de raison $q = \frac{1}{4}$.
   (a) En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
   (b) Calculer v_5.
   (c) Calculer $\sum_{k=1}^{5} v_k$.

Solution :

1. (a) On a $u_n = 10 + 5n$.
   (b) On a $u_{23} = 10 + 5 \times 23 = 125$.
   (c) On a $\sum_{k=0}^{23} u_k = 24 \times \frac{10 + 125}{2} = 1620$.
2. (a) On a $v_n = 2000 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$.
   (b) On a $v_5 = 2000 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{2000}{256} = \frac{125}{16}$.
   (c) On a $\sum_{k=1}^{5} v_k = 2000 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^5}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{10625}{4}$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 2 points)*
Soit f définie pour tout $x \in [1;5]$ par:

$$f(x) = 4x^3 + 5$$

Calculer la valeur moyenne de f sur $[1;5]$.
Solution :
On a :

$$\begin{aligned}
\mu_f &= \frac{1}{5-1}\int_1^5 f(x)\ \mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{4}\int_1^5 4x^3 + 5\ \mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{4}\left[x^4 + 5x\right]_1^5 \\
&= \frac{1}{4}\left(5^4 + 5\times 5 - 1^4 - 5\times 1\right) \\
&= 161
\end{aligned} \tag{1}$$

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. Factoriser l'expression $A(x) = x^2 - 25$.
2. Développer et réduire l'expression $B(x) = x^3 + (x^2 + 5)(2x + 1)$.
3. Résoudre l'équation $(x - 7)(2 - x)(6 + 9x) = 0$.

Solution :

1. On a $A(x) = (x - 5)(x + 5)$.
2. On a $B(x) = x^3 + (2x^3 + x^2 + 10x + 5) = 3x^3 + x^2 + 10x + 5$.
3. On a $x - 7 = 0$ ou $2 - x = 0$ ou $6 + 9x = 0$ donc $S = \left\{-\frac{2}{3}\ ; 2\ ; 7\right\}$.

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 6 points)*

1. Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 20$ et de raison $r = 10$.
   (a) En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
   (b) Calculer u_{23}.
   (c) Calculer $\sum_{k=1}^{23} u_k$.
2. Soit (v_n) une suite géométrique de premier terme $v_0 = 200$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.
   (a) En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
   (b) Calculer v_5.
   (c) Calculer $\sum_{k=0}^{5} v_k$.

Solution :

1. (a) On a $u_n = 20 + 10(n - 1)$.
   (b) On a $u_{23} = 20 + 10 \times 22 = 240$.
   (c) On a $\sum_{k=1}^{23} u_k = 23 \times \frac{20 + 240}{2} = 2990$.
2. (a) On a $v_n = 200 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
   (b) On a $v_5 = 200 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{25}{4}$.
   (c) On a $\sum_{k=0}^{5} v_k = 200 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1575}{4}$.

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 2 points)*
Soit f définie pour tout $x \in [0;4]$ par:

$$f(x) = 3x^2 + 4$$

Calculer la valeur moyenne de f sur $[0;4]$.
Solution :
On a :

$$\begin{aligned}
\mu_f &= \frac{1}{4-0}\int_0^4 f(x)\ \mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{4}\int_0^2 3x^2+4\ \mathrm{d}x \\
&= \frac{1}{4}\left[x^3+4x\right]_0^4 \\
&= \frac{1}{4}\left(4^3+4\times 4-0^4-4\times 0\right) \\
&= 20
\end{aligned} \tag{2}$$