Chapitre 4 : Suites numériques

Axel Carpentier

Première technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Définitions et modélisations

2. Représentation graphique

3. Exercice bilan

Définitions et modélisations

1. Définitions et modélisations

2. Représentation graphique

3. Exercice bilan

Définitions et modélisations

Définition:

On appelle suite numérique, noté $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$, une suite de nombres

$$(u_n)_{n\in\mathbb{N}} = (u_0, u_1, u_2, ..., u_n, ...)$$

u_0 est le terme initial de la suite et u_n est le terme général de rang n de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Remarque importante

Il est important de faire la distinction entre le terme général u_n (le n° nombre) et la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (ensemble des nombres)

Définitions et modélisations

Exemple:
On peut définir les suites suivantes:

- $(A_n)_{n\in\mathbb{N}} = (4, 8, 12, ...)$
- $(B_n)_{n\in\mathbb{N}} = (0, 1, 1, ...)$
- $(C_n)_{n\in\mathbb{N}} = (\sqrt{2}, \frac{7}{3}, \pi, ...)$

Exercice:
Déterminer les valeurs de B_0 ; A_1 ; C_2.

Définition:

Il existe deux manières de générer une suite :

- Par une formule explicite $u_n = f(n)$.
- Par une formule de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.

Exemple :

- Explicite : $u_n = 1 + 2^n$.
- Par récurrence : $u_{n+1} = 5u_n - 2$.

Remarque

- Si on a une formule explicite, on calcule le n° terme en remplaçant dans la fonction comme on sait le faire.
- Si on a une formule de récurrence, il faut d'abord calculer tous les termes précedents et il faut impérativement connaître le terme initial.

Exercice:

Soient les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de terme général $u_n = 1 - 3n$ et $v_{n+1} = 1 - 3v_n$ avec $v_0 = 1$. Calculer le 3-ième terme de ces suites.

Remarque

Il est également de définir des suites par récurrences sur plusieurs termes antérieurs.

Exercice :

On considère la suite $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ avec $F_0 = 0$ et $F_1 = 1$.

Calculer F_2, F_3 et F_4.

Représentation graphique

1. Définitions et modélisations

2. Représentation graphique

3. Exercice bilan

Représentation graphique

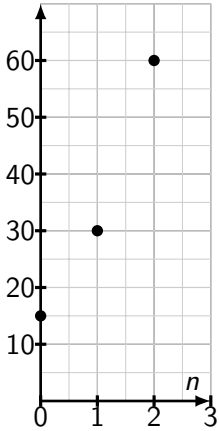
Définition:

La représentation graphique d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ se fait à partir de la fonction f associée. C'est la nuage de point de coordonnées $(n\ ,\ u_n)$, pour tout entier n.

Représentation graphique

Exercice:

Déterminer les trois premier termes de la suite à partir du graphique ci-dessous puis placer les 3 premier termes des suites de terme général suivant : $u_n = 5n + 10$ et $v_{n+1} = 5v_n + 10$ avec $v_0 = 0$.



Représentation graphique

Remarque TRES importante

La représentation d'une suite est un nuage de points donc on ne relie jamais les points entre eux !

Représentation graphique

Définition:

On dit qu'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est....:

- ... croissante si $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geq u_n$
- ... décroissante si $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq u_n$

Remarque

En général, on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$.

Exercice :

Déterminer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_{n+1} = u_n + n^2$.

Exercice bilan

1. Définitions et modélisations

2. Représentation graphique

3. Exercice bilan

Exercice bilan

Soient (u_n) et (v_n) deux suites définies respectivement par $u_n = \dfrac{3n+1}{3n-1}$ et $v_{n+1} = v_n + (v_n - 4)^2$ avec $v_0 = 1$.

1. Calculer u_3 puis v_3.
2. Déterminer le sens de variation de (v_n).
3. Placer les trois premiers termes de chaque suite dans un repère.