Chapitre 2 : Proportions

Table des matières

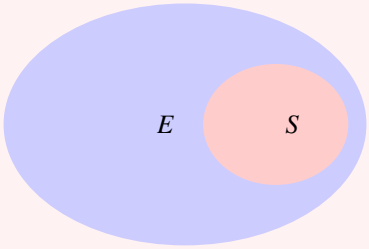
Chapitre 2 : Proportions 1
Axel CARPENTIER
Contenu 2
1 Proportion 3
2 Pourcentage de pourcentage 4
3 Exercice bilan 5

Contenu

- Tableau croisé d'effectifs.
- Fréquence conditionnelle, fréquence marginale.
- Calculer, appliquer, exprimer une proportion sous différentes formes (décimale, fractionnaire, pourcentage).
- Calculer la proportion d'une proportion.

1 Proportion

Définition 1.
Soit E une population d'effectif n_E et S une sous population de E d'effectif n_S.



La **proportion** des éléments de S dans E est le rapport

$$p = \frac{n_S}{n_E}$$

Remarque 1.

- Une proportion peut s'exprimer en pourcentage.
- On a toujours $p \in [0, 1]$.

Exemple 1:
Dans une classe de 30 élèves, si 6 élèves portent des lunettes, la proportion d'élèves portant des lunettes dans le classe est :

$$p = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 20\%$$

Exercice 1:
Dans un lycée de 1852 élèves, il y a 521 secondes. Quelle est la proportion de secondes dans le lycée ?

L'idée est de savoir manipuler la formule de proportion. Que l'on connaisse les deux effectifs ou bien un seul et la proportion, il faut savoir déterminer les inconnues manquantes en les isolant convenablement.
On pourra reconnaître l'analogie avec la physique et la relation $v = \frac{d}{t}$.

Exercice 2:
873 080 personnes habitent à Marseille, 70% des marseillais disent aimer le football, combien de personnes cela représente-t-il?

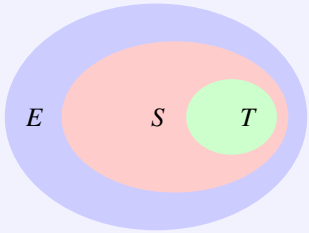
Exercice 3:
Calculer :

- 25% de 300
- 1, 5% de 86200
- 30% de 12

2 Pourcentage de pourcentage

On peut également être amené à calculer des proportions de proportions.

Propriété 1.
Soit E une population d'effectif n_E, S une sous population de E d'effectif n_S et T une sous population de F d'effectif n_T.



Si p_1 est la proportion de S dans E et p_2 la proportion de T dans S, alors la proportion des éléments de T dans E est le produit:

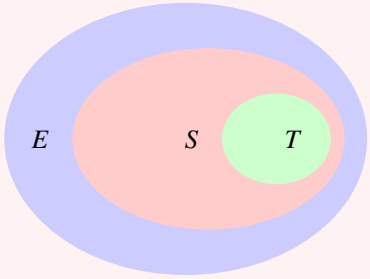
$$p = p_1 \times p_2$$

Remarque 2. Pour calculer des pourcentages de pourcentage, on multiplie les proportions sous forme décimale ou de fraction mais jamais sous forme de pourcentage.

Exercice 4:
Dans un car, il y a 40% d'élèves et parmi les élèves, 60% sont des filles. Quelle est la proportion d'élèves filles dans le bus ?

Définition 2.

On considère une population E d'effectifs n_E (population totale) qui contient la sous population S contenant elle-même la sous-population T.



- La fréquence de T dans E : $f(T) = \dfrac{n_T}{n_E}$
- La fréquence de S dans E : $f(S) = \dfrac{n_S}{n_E}$

- La fréquence de T dans S :

$$f_S(T) = \frac{n_T}{n_S}$$

Elle s'appelle la **fréquence conditionelle** de T sachant S.

Remarque 3. De manière générale, pour deux populations A et B, la fréquence conditionnelle de A parmi B (ou sachant B) est donnée par :

$$f_B(A) = \frac{n_{A\cap B}}{n_B}$$

3 Exercice bilan

Le tableau suivant donne un extrait de la répartition du parc des voitures de France métropolitaine au 1er janvier 2025 suivant la puissance administrative (en chevaux fiscaux) et l'âge *(source INSEE)*.
On considère ici une population P de 1 619 voitures.

	A : 1 à 4 CV	**B : 5 CV**	**C : 6 CV**	**Total**
D : $\leq$ 3 ans	159	167	123	449
E : 4 à 5 ans	107	99	75	281
F : 6 à 7 ans	94	123	93	310
G : 8 à 10 ans	190	174	151	515
H : 11 à 15 ans	20	23	21	64
Total	570	586	463	1 619

1. a. Combien de voitures de 5 CV ont 4 à 5 ans ? Exprimer cet ensemble de voitures à l'aide des ensembles désignés par des lettres dans le tableau.
   b. Calculer les fréquences de **B sachant E** et de **E schant B**. Indiquer en une phrase à quoi correspond chacune de ces fréquences conditionnelles.
2. Calculer la fréquence des voitures de 8 à 10 ans dans P.
3. Calculer la fréquence de C dans P et indiquer en une phrase à quoi correspond cette fréquence marginale.