Chapitre 6 : Taux d'évolution

Table des matières

Chapitre 6 : Taux d'évolution 1
Axel CARPENTIER
Contenu 2
1 Taux d'évolution 3
1.1 Variation absolue et variation relative 3
1.2 Coefficient multiplicateur 3
2 Evolutions successives et réciproques 4
2.1 Evolutions successives 4
2.2 Evolutions réciproques 5
3 Exercice bilan 5

Contenu

- Évolution : variation absolue, variation relative.
- Évolutions successives, évolution réciproque : relation sur les coefficients multiplicateurs (produit, inverse).

1 Taux d'évolution

Dans cette partie, nous définissons une certaine valeur de départ V_D et une valeur d'arrivée V_A. Ces valeurs peuvent représenter un prix, un nombre de personnes, etc..

1.1 Variation absolue et variation relative

Définition 1.

- On appelle **variation absolue** la donnée :
$$\Delta V = V_A - V_D$$
- On appelle **variation relative** (ou taux d'évolution) la donnée :
$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

Exercice 1:
Déterminer les variations absolues et relatives des situations suivantes:

- Le prix d'un pull passe de 50 euros à 55 euros.
- Le prix de la dernière console de jeu est passée de 500 euros à 350 euros.

Remarque 1.

- Si le taux d'évolution est positif, alors on a une augmentation.
- Si le taux d'évolution est négatif, alors on a une diminution.

1.2 Coefficient multiplicateur

On s'est placé ici dans le cas où on connait les valeurs de V_D et de V_A en cherchant à déterminer t. On peut très bien se placer dans le cas inverse où on connait t et V_D en cherchant à déterminer y_A. Pour cela, on va manipuler la formule du taux d'évolution.

On a :
$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \iff V_D \times t = V_A - V_D \iff V_A = V_D \times \underbrace{(1+t)}_{=c}$$

Définition 2.

La quantité $c = (1 + t)$ s'appelle le **coefficient multiplicateur** associé à l'évolution t.
On a donc une relation fondamentale :
$$V_A = V_D \times c$$

Remarque 2.

- Si on a une augmentation, $c > 1$.
- Si on a une diminution, $c < 1$.

Méthode 1.

- Augmenter une quantité V_D de $x\%$ revient à calculer $V_D \times \left(1 + \frac{x}{100}\right)$.
- Diminuer une quantité V_D de $x\%$ revient à calculer $V_D \times \left(1 - \frac{x}{100}\right)$.

Exemple 1:

- Augmenter de 5% revient à multiplier par $1,05$.
- Multiplier par $0,97$ revient à diminuer de 3%.

Exercice 2:

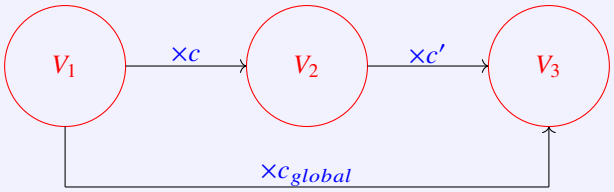
- Un livre à 20 euros a diminué de 30%, quel est son nouveau prix ?
- Un salarié touchant 1639 euros par mois a été augmenté de $5,5\%$, quel est son nouveau salaire ?

2 Evolutions successives et réciproques

2.1 Evolutions successives

On peut également déterminer des évolutions successives en calculant le coefficient multiplicateur global.

Propriété 1.
On suppose qu'on a une évolution d'une valeur V_1 à une valeur V_2 de coefficient multiplicateur c suivie d'une autre évolution de la valeur V_2 à une valeur V_3 de coefficient multiplicateur c'.



Le taux d'évolution global est le taux d'évolution entre V_1 et V_3 de coefficient multiplicateur :

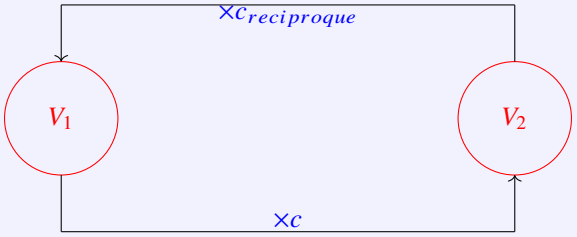
$$c_{global} = cc'$$

Exercice 3:
Déterminer le coefficient multiplicateur d'une évolution de +5%, −3% puis +2%.

2.2 Evolutions réciproques

Par ailleurs, on a vu que si par exemple un vêtement est en solde à -50% on multiplie le prix du produit par $0,5$, par contre s'il augmente à nouveau de 50% on ne retombe pas sur le prix initial. En effet, pour cela nous avons besoin de définir le taux réciproque.

Propriété 2.
On suppose qu'on a une évolution d'une valeur V_1 à une valeur V_2 de coefficient multiplicateur c.



Le taux réciproque est le taux permettant de revenir de V_2 à V_1, son coefficient multiplicateur est donné par :

$$c_{reciproque} = \frac{1}{c}$$

Exercice 4:
Déterminer le coefficient multiplicateur réciproque d'une diminution de 5%.

3 Exercice bilan

Un village possèdait 15 340 habitants en 2024, on estime que le nombre d'habitants augmente de 25% chaque année.

1. Combien y-aura-t-il d'habitants en 2025 ?
2. Combien y-aura-t-il d'habitants en 2027 ? Expliciter le coefficient multiplicateur global.
3. Combien y-avait-il d'habitants en 2023 ? Expliciter le coefficient multiplicateur réciproque.