Chapitre 13 : Statistiques

Table des matières

Chapitre 13 : Statistiques 1
Axel CARPENTIER
Contenu 2
1 Statistiques à deux variables 3
2 Exercice bilan 5

Contenu

- Nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives.
- Ajustement affine, point moyen.

1 Statistiques à deux variables

Pour étudier une popultation selon deux caractères quantitatifs, on considère une série statistique à deux variables x et y composée de n observations $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, ..., $(x_n; y_n)$, chaque x_i correspondant au caractère x et chaque y_i correspondant au caractère y.

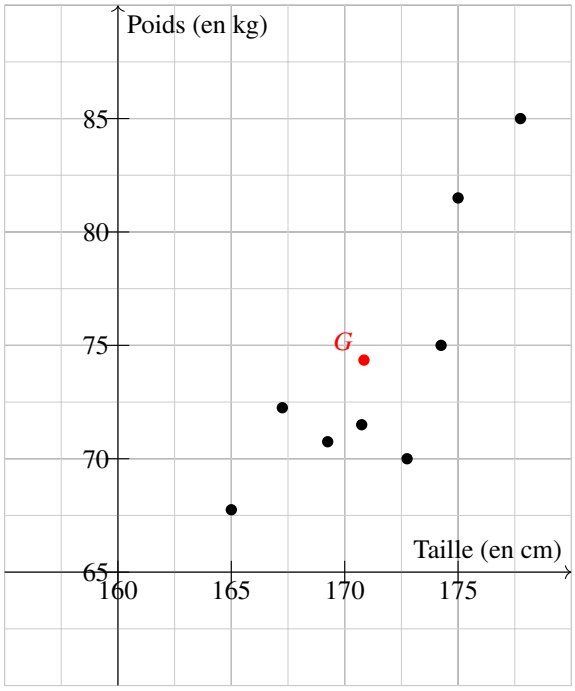
Exemple 1:
On interroge 8 personnes en leur demandant chacune leur taille et leur poids. On a donc une série statistique x relative à la taille et une série statistique y relative au poids.

Personne	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**
Taille	165	167	169	171	173	174	175	178
Poids	68	73	71	72	70	75	82	85

Définition 1.
A une série statistique on associe :

- Un **nuage de points**, qui est l'ensemble des n points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère du plan.
- Un **point moyen** dans le même repère : $G(\bar{x}; \bar{y})$ où $\bar{x}$ et $\bar{y}$ sont respectivements les moyennes des séries x et y.

Exemple 2:
En reprenant l'exemple précédent on a donc le nuage de point suivant :



En calculant les moyennes des séries statistiques taille (x) et poids (y), on obtient respectivement $\bar{x} = 171,5$ et $\bar{y} = 74,5$.
On a donc le point moyen $G(171,5; 74,5)$.

Définition 2.
Le principe de l'ajustement est de chercher un lien éventuel et simple entre x et y.
Dans le cadre d'un **ajustement affine**, on cherche à lier x et y par une relation de la forme $y = ax + b$. On obtient alors une droite d'ajustement censée représenter le nuage de points.

Méthode 1.
Il y a plusieurs méthodes pour tracer la droite d'ajustement :

- "Au jugé", c'est-à-dire de la faire passer "au milieu" du nuage de points.
- En utilisant deux points données, appartenant ou non au nuage de points ou dont l'un des deux et le point G.
- A partir de l'équation de la droite d'ajustement, si elle est donnée.
- Si le coefficient directeur ou l'ordonnée à l'origine est donné et la droite d'ajustement passe par G ou un point du nuage.
- Par la méthode des moindres carrés via la calculatrice.

Remarque 1.
Si les points ne sont pas à peu près alignés, un ajustement affine n'a pas d'intérêt.
Cependant, on peut faire un changement de variable (c'est-à-dire transformer les valeurs de x ou y) pour obtenir un nuage de points à peu près alignés.

Exemple 3:
En reprenant l'exemple précédent on a donc diverses méthodes pour obtenir l'ajustement affine de cette série statistique.

- ***Méthode 1:*** On suppose que la droite passe deux points G et $A(159; 60,5)$.
  On a alors son coefficient directeur :
  $$a = \frac{y_G - y_A}{x_G - x_A} = 1,12$$
  On a son ordonnée à l'origine donné, au point G par :
  $$y_G = 1,12x_G + b \iff 74,5 = 1,12 \times 171,5 + b \iff b = -117,58$$
  On a donc la droite d'équation :
  $$y = 1,12x - 117,58$$
- ***Méthode 2:*** On suppose que la droite passe par G en connaissant son ordonnée à l'origine.
  On suppose donc que :
  $$y = ax - 117,58$$
  On a donc, au point G :
  $$y_G = ax_G - 117,58 \iff 74,5 = a \times 171,5 - 117,58 \iff a \simeq 1,12$$
  On a donc la droite d'équation :
  $$y = 1,12x - 117,58$$
- ***Méthode 3:*** On suppose que la droite passe par G en connaissant son coefficient directeur.
  On suppose donc que :
  $$y = 1,12x + b$$
  On a donc, au point G :
  $$y_G = 1,12x_G + b \iff 74,5 = 1,12 \times 171,5 + b \iff b \simeq -117,58$$
- ***Méthode 4:*** Méthode des moindres carrés.
  A la calculatrice, on a :
  $$a \simeq 1,1212 \quad \text{et} \quad b \simeq 117,7878$$
  On a donc la droite d'équation :
  $$y = 1,1212x - 117,7878$$

Remarque 2.
Les réels a et b sont donnés par la calculatrice.

T.I.

- Touche STAT
- Menu CALC
- Item LinReg
- LinReg L_1, L_2

Casio

- Menu STAT
- Item CALC
- Règler les paramètres avec set
- Item REG
- Choisir X

Remarque 3.
L'objectif d'un ajustement est de faire une estimation à partir de la relation trouvée entre x et y.

2 Exercice bilan

Le tableau suivant donne l'évolution des ventes de miel, en kg, dans une région pendant cinq annés consécutives.

Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5
Masse des ventes : y_i	1 671	1 772	1 394	1 621	1 321

1. On considère le nuage de de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal. Déterminer les coordonnées $(\bar{x}; \bar{y})$ du point moyen de ce nuage.
2. On ajuste le nuage de points précédent par la droite Δ d'équation $y = -87,5x + p$. Déterminer p pour que la droite Δ passe par le point G.
3. A l'aide de l'équation obtenue précédemment, estimer la masse des ventes l'année de rang 9. Arrondir à l'unité.
4. En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer la droite d'ajustement de cette série statistique.