Chapitre 7 : Fonction inverse

Table des matières

Chapitre 7 : Fonction inverse 1
Axel CARPENTIER
Contenu 2
1 Définitions et propriétés 3
2 Exercice bilan 4

Contenu

- Comportement de la fonction inverse aux bornes de son ensemble de définition.
- Dérivée et sens de variation.
- Courbe représentative ; asymptotes.

1 Définitions et propriétés

Définition 1.
La fonction inverse est la fonction : $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^* =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.

Afin d'étudier les variations de la fonction inverse, on cherche à savoir si elle est dérivable dans le but d'étudier le signe de la dérivée.

Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et f la fonction inverse.
On a :

$$\begin{aligned} f(a+h) - f(a) &= \frac{1}{a+h} - \frac{1}{a} \\ &= \frac{a-(a+h)}{a(a+h)} \end{aligned} \tag{1}$$

D'où :

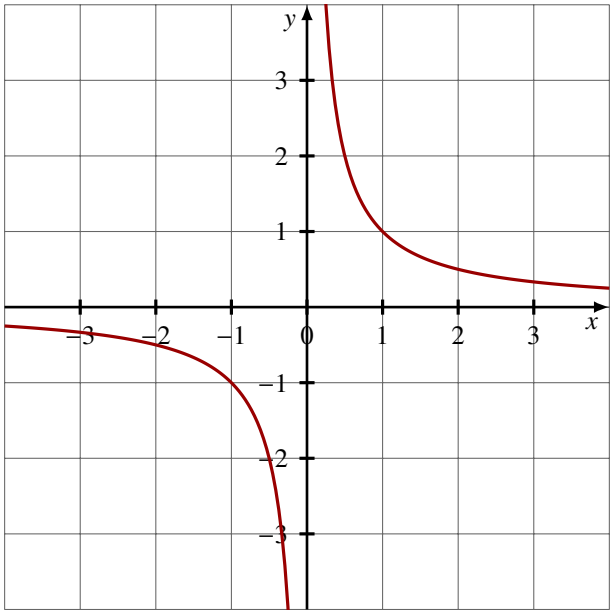
$$\begin{aligned} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} &= -\frac{1}{a(a+h)} \\ &\xrightarrow[h\to 0]{} -\frac{1}{a^2} \end{aligned} \tag{2}$$

Nous avons ainsi démontré la propriété suivante :

Propriété 1.
Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$ et $f(x) = \dfrac{1}{x}$, on a :

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

On se rend ainsi compte que sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$, $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2} < 0$ donc la fonction inverse f est décroissante sur ces deux intervalles, sa représentation graphique ci-dessous est une hyperbole.



2 Exercice bilan

Soit $f(x) = -9x + 7 - \dfrac{4}{x}$ définie sur $\mathbb{R}^*$.

1. Calculer $f(5)$.
2. Montrer que $f'(x) = \dfrac{(2-3x)(2+3x)}{x^2}$.
3. Etablir le tableau de signe de $f'(x)$ puis le tableau de variation de f.