Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. Le périmètre P d'un rectangle est donnée en fonction de sa longueur L et sa largeur l par $P = 2(L + l)$. Exprimer l en fonction de P et L.
2. Une augmentation de 50 % d'un article entraîne une augmentation du prix de 23 euros. Déterminer le prix de l'article avant l'augmentation.
3. Résoudre l'équation $\left(\frac{3}{4}x - 2\right)\left(4 - \frac{x}{2}\right)(6x - 7) = 0$.

Solution :

1. On a $l = \frac{P}{2} - L$.
2. On a $1,5x = x + 23$ d'où $x = 46$ euros.
3. On a $\frac{3}{4}x - 2 = 0$ ou $4 - \frac{x}{2} = 0$ ou $6x - 7 = 0$ donc $S = \left\{\frac{8}{3}\,;8\,;\frac{7}{6}\right\}$.

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 3 points)*

1. Le chiffre d'affaire d'une start-up est passé de de 50 000 euros à 70 000 euros en un an. On exprimera les résultats sous forme de pourcentage.
   (a) Déterminer le taux d'évolution annuel du chiffre d'affaire.
   (b) En déduire le taux d'évolution mensuel du chiffre d'affaire.
2. Au bout de 1 heure, la température d'une pièce subit une augmentation de 23%. Quel est le taux moyen d'évolution par minute de la température de cette pièce ? Arrondir à $0,1\%$ près.

Solution :

1. (a) On a le taux d'évolution annuel : $t = \frac{70\,000 - 50\,000}{50\,000} = 0,4 = 40\%$.
   (b) On a le taux d'évolution moyen mensuel : $t_{moyen} = 1,4^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,0284 = 2,84\%$.
2. On a le taux d'évolution moyen de la température : $t = 1,23^{\frac{1}{60}} - 1 = 0,0035 = 0,35\%$

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*

1. Simplifier l'expression $\dfrac{(e^4)^{-5} \times e^{15}}{e^{-6} \times (e^2)^6}$.
2. On considère la fonction f définie par $f(x) = (4x-1)e^x - 6$.
   (a) Calculer $f(2)$. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près.
   (b) On suppose que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Déterminer l'expression de sa dérivée $f'(x)$.

Solution :

1. On a $\dfrac{(e^4)^{-5} \times e^{15}}{e^{-6} \times (e^2)^6} = \dfrac{e^{-5}}{e^6} = e^{-11}$.
2. (a) On a $f(2) = 7e^2 - 6 \simeq 45,72$.
   (b) On a $f'(x) = (4x+3)e^x$.

Exercice 1: Automatismes *(. . . / 3 points)*

1. On considère x, y et v des nombres réels positifs non nuls liés par la relation $v = \sqrt{\dfrac{x}{y}}$.
   Exprimer y en fonction de x et v.
2. Une augmentation de 20 % d'un article entraîne une augmentation du prix de 11 euros.
   Déterminer le prix de l'article avant l'augmentation.
3. Résoudre l'équation $\left(\dfrac{5}{7}x - 2\right)\left(1 - \dfrac{x}{3}\right)(2x - 9) = 0$.

Solution :

1. On a $y = \dfrac{x}{v^2}$.
2. On a $1,2x = x + 11$ d'où $x = 55$ euros.
3. On a $\dfrac{5}{7}x - 2 = 0$ ou $1 - \dfrac{x}{3} = 0$ ou $2x - 9 = 0$ donc $S = \left\{\dfrac{14}{5}\,;3\,;\dfrac{9}{2}\right\}$.

Exercice 2: Tronc commun *(. . . / 3 points)*

1. Le chiffre d'affaire d'une start-up est passé de de 60 000 euros à 45 000 euros en un an.
   On exprimera les résultats sous forme de pourcentage.
   (a) Déterminer le taux d'évolution annuel du chiffre d'affaire.
   (b) En déduire le taux d'évolution mensuel du chiffre d'affaire.
2. Au bout de 2 heure, la température d'une pièce subit une augmentation de 64%.
   Quel est le taux moyen d'évolution par minute de la température de cette pièce ? Arrondir à $0,1\%$ près.

Solution :

1. (a) On a le taux d'évolution annuel : $t = \dfrac{45\ 000 - 60\ 000}{60\ 000} = -0,25 = -25\%$.
   (b) On a le taux d'évolution moyen mensuel : $t' = 0,75^{\frac{1}{12}} - 1 = -0,0237 = -2,37\%$.
2. On a le taux d'évolution moyen de la température : $t = 1,64^{\frac{1}{120}} - 1 = 0,004 = 0,4\%$

Exercice 3: Spécialité Maths-Physique *(. . . / 3 points)*

1. Simplifier l'expression $\dfrac{(e^3)^{-7} \times e^{23}}{e^{-8} \times (e^4)^5}$.
2. On considère la fonction f définie par $f(x) = (4-x)e^x + 8x$.
   (a) Calculer $f(2)$. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près.
   (b) On suppose que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Déterminer l'expression de sa dérivée $f'(x)$.

Solution :

1. On a $\dfrac{(e^3)^{-7} \times e^{23}}{e^{-8} \times (e^4)^5} = \dfrac{e^2}{e^{12}} = e^{-10}$.
2. (a) On a $f(2) = 2e^2 + 16 \simeq 30,79$.
   (b) On a $f'(x) = (3-x)e^x + 8$.