Chapitre 0 : Calcul numérique et algébrique

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Calcul numérique
   - 1.1 Notion de parenthèses
   - 1.2 Notion de fractions
   - 1.3 Notion de puissances
   - 1.4 Notion de racines carrées
2. Calcul algébrique
   - 2.1 Formules de distributivité
   - 2.2 Identités Remarquables
   - 2.3 Techniques de factorisation
3. Equations
   - 3.1 Equations du 1er degré
   - 3.2 Equations produits
4. Exercice bilan

Calcul numérique

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées

2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation

3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits

4. Exercice bilan

Méthode 1.

Dans une expression, on effectue d'abord les calculs entre les parenthèses les plus intérieures puis les multiplications et les divisions de gauche à droite et, enfin, les additions et les soustractions de gauche à droite.

Exercice 1:

Calculer les expressions suivantes :

- $A = 28 - (5 + 5 \times 3)$
- $B = 7 \times (4 + (1 + 2) \times 5)$

Méthode 2.

Soustraire un nombre c'est additionner son opposé.
Autrement dit, s'il y a $-$ devant une parenthèse, il est possible de la retirer à condition de changer le signe de chaque terme.

Exercice 2:

On cherche à simplifer l'expression $A(x) = 4 + 5x - (7x - 2)$:

$$\begin{aligned} A(x) &= 4 + 5x - (7x - 2) \\ &= 4 + 5x - 7x + 2 \\ &= 6 - 2x \end{aligned}$$

Calcul numérique

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées
2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation
3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits
4. Exercice bilan

Méthode 3. *Calcul de fractions*

- Additionner deux fractions, c'est d'abord les mettre au même dénominateur, puis additionner les numérateurs entre eux.
- Multiplier deux fractions, c'est multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
- Diviser deux fractions, c'est multiplier la première fraction par l'inverse de l'autre.

Exercice 3:

Calculer les fractions suivantes :

- $\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$
- $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$
- $\frac{2}{3} \div \frac{5}{4}$

Méthode 4.

Dans une expression fractionnaire, on effectue d'abord les calculs au numérateur et au dénominateur puis on simplifie la fraction ou on calcule le quotient.
Une fraction est irréductible lorsque le numérateur et le dénomaniteur n'ont pas de tables de multiplications en commun.

Exercice 4:

Calculer les fractions suivantes :

- $A = \dfrac{12-(9-5)}{(7-5)\times 4}$
- $B = \dfrac{\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}}{1-\frac{1}{3}}$

Calcul numérique

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées
2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation
3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits
4. Exercice bilan

Méthode 5. *Calcul de puissances*

Soit a,b deux réels quelconques et n,m deux entiers relatifs.

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Exemple 1:

- $(-2)^4 \times (-2)^3 = (-2)^{4+3} = (-2)^7$
- $\dfrac{6^1}{6^{-3}} = 6^{1-(-3)} = 6^4$
- $(10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$

Calcul numérique

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées
2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation
3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits
4. Exercice bilan

Méthode 6. *Calculs de racines carrées*

Soit a,b deux réels positifs.

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$
- $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exemple 2:

- $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$
- $\sqrt{\dfrac{36}{25}} = \dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \dfrac{6}{5}$

Calcul algébrique

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées

2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation

3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits

4. Exercice bilan

Méthode 7.

Soient a,b,c,d et k des réels quelconques, on a la formules suivantes :

- Simple distributivité : $k(a+b) = ka + kb$
- Double distributivité : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exercice 5:

Exprimer les expressions suivantes sous forme développée.

- $5(x-2)$
- $(x-1)(x-2)$

Remarque 1.

Ces règles de distributivités peuvent s'appliquer sur du calcul numérique pour simplifier des calculs complexes.

Exercice 6:

Exemple 3:

Le calcul direct de 17×39 est a priori pénible.

En remarquant que $39 = 40 - 1$, on a alors :

$$\begin{aligned} 17 \times 39 &= 17 \times (40 - 1) \\ &= 17 \times 40 - 17 \times 1 \\ &= 680 - 17 \\ &= 663 \end{aligned}$$

Calcul algébrique

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées

2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation

3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits

4. Exercice bilan

Méthode 8.

Soient a,b deux réels quelconques, on a les formules suivantes:

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exercice 7:

En utilisant les identités remarquables, développer ou factoriser les expressions suivantes:

- $(x-2)^2$
- $x^2 - 36$
- $(x+3)^2$

Calcul algébrique

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées

2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation

3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits

4. Exercice bilan

Méthode 9.

On peut factoriser de deux manières différentes :

- En repérant un facteur commun.
- En reconnaissant une identité remarquable.

Exemple 4:

- $\underbrace{(3-x)}(5x+4) - \underbrace{(3-x)}(2x+1) = (3-x)((5x+4)-(2x+1)) = (3-x)(3x+3)$
- $36x^2 - 100 = (6x)^2 - 10^2 = (6x+10)(6x-10)$

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées

2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation

3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits

4. Exercice bilan

Méthode 10.

Pour résoudre une équation, on "rassemble" les termes de même degré ensemble du même côté de l'égalité.
"Les x avec les x, les nombres avec les nombres".

Exercice 8:
Résoudre l'équation $3x + 5 = 5x - 7$.

Equations

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées

2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation

3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits

4. Exercice bilan

Méthode 11.

- Un produit de nombres réels est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.
  Pour tout réel x, on a :

$$A(x)B(x) = 0 \iff A(x) = 0 \quad \text{ou} \quad B(x) = 0$$

- Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur non nul.
  Pour tout réel x, on a :

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \iff A(x) = 0 \quad \text{et} \quad B(x) \neq 0$$

Remarque 2.

Les valeurs qui annulent le dénominateur sont appelées "valeurs interdites"

Exercice 9:
Résoudre les équations suivantes en précisant les éventuelles valeurs interdites.

- $(2x-5)(6x+1)=0$
- $\dfrac{4x-3}{x+1}=0$

Exercice bilan

1. Calcul numérique
   1.1 Notion de parenthèses
   1.2 Notion de fractions
   1.3 Notion de puissances
   1.4 Notion de racines carrées

2. Calcul algébrique
   2.1 Formules de distributivité
   2.2 Identités Remarquables
   2.3 Techniques de factorisation

3. Equations
   3.1 Equations du 1er degré
   3.2 Equations produits

4. Exercice bilan

Exercice bilan

1. Simplifier $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$.
2. Simplifier $\frac{5^2 \times 5^{35}}{5^{27}}$.
3. Développer $(x-6)(x+3)$.
4. Résoudre $\frac{(2x-3)(3x-4)}{x-1} = 0$.