Chapitre 1 : Généralités sur les fonctions

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Définitions

2. Résolutions graphiques

3. Variations, signes et extremums

4. Exercice bilan

Définitions

1. Définitions

2. Résolutions graphiques

3. Variations, signes et extremums

4. Exercice bilan

Définitions

Définition 1.

- On appelle **domaine de définition** de f, noté $\mathcal{D}_f$, l'ensemble des valeurs sur lequel f est définie.
- On note $f : x \mapsto f(x)$,la fonction qui à x associe $f(x)$. $y = f(x)$ est **l'image** de x, x est un **antécédent** de y.
- On appelle **courbe représentative** d'une fonction f dans le plan, notés $\mathcal{C}_f$, l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $x \in \mathcal{D}_f$ et $y = f(x)$.

Remarque 1.

Il ne faut pas confondre f et $f(x)$! f représente une fonction tandis que $f(x)$ représente un nombre réel.

Définitions

Méthode 1.

- Pour déterminer une image d'un réel a :
  - Graphiquement :
    On place a sur l'axe des abscisses, on prend le point de la courbe d'abscisse a et on lit son ordonnée.
  - Algébriquement :
    On remplace tous les x par a dans l'expression algébrique de f.
- Pour déterminer un antécédent d'un réel k :
  - Graphiquement :
    On se place en k sur l'axe des ordonnées, on prend le ou les points de la courbe d'ordonnée k et on lit leurs abscisses.
  - Algébriquement :
    On cherche toutes les valeurs de $x \in \mathcal{D}_f$ telles que $f(x) = k$.

Définitions

Exercice 1:

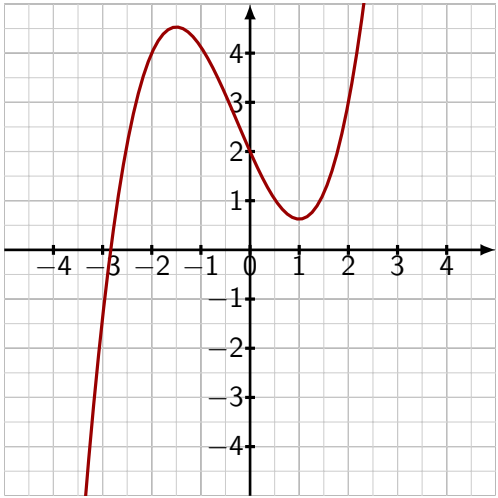
Soit $f : x \mapsto x^2 + 1$.

1. Quel est le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f ?
2. Calculer l'image de 3 par f.
3. Calculer le (ou les) antécédent(s) de 10 par f.

Définitions

Exercice 2:

Soit la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f ci-dessous.



1. Quel est le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f ?

2. 2.1 Déterminer l'image de 2 par f.

   2.2 Déterminer $f(-2)$.

3. Calculer le (ou les) antécédent(s) de 2 par f.

Résolutions graphiques

1. Définitions

2. Résolutions graphiques

3. Variations, signes et extremums

4. Exercice bilan

Résolutions graphiques

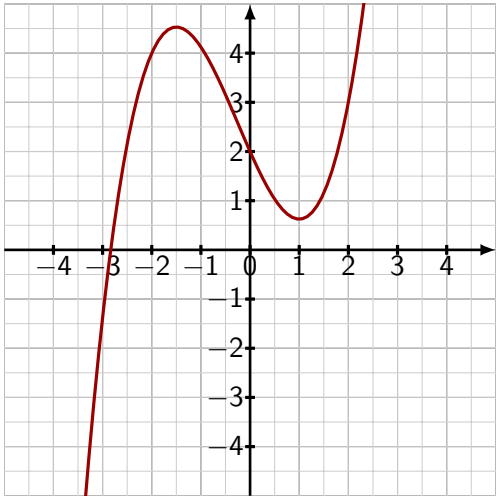
Méthode 2.

- Résoudre une équation $f(x) = k$ revient à déterminer les antécédents de k par la fonction f.
- Résoudre une inéquation $f(x) \geq k$ (respectivement $f(x) \leq k$) revient à déterminer les points de la courbe de f dont l'ordonnée est supérieure (respectivement inférieure) à k puis l'ensemble de leurs abscisses.

Résolutions graphiques

Exercice 3:

Soit la représentation graphique $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f ci-dessous.



1. Déterminer la (ou les) solution(s) de $f(x) = -2$

2. Déterminer la (ou les) solution(s) de $f(x) = 4$

3. Déterminer les solutions de $f(x) < 0$.

4. Déterminer les solutions de $f(x) \geq 2$.

Variations, signes et extremums

1. Définitions

2. Résolutions graphiques

3. Variations, signes et extremums

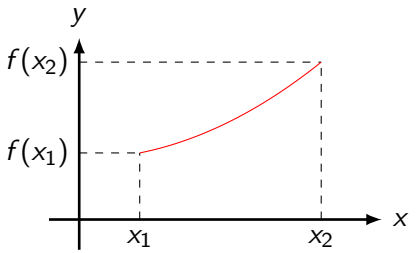
4. Exercice bilan

Variations, signes et extremums

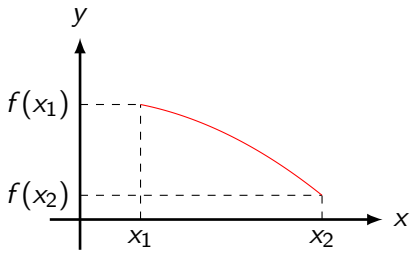
Définition 2.

Soient $x_1 \leq x_2$ deux réels quelconques et f une fonction quelconque.

- f est dite croissante si $f(x_1) \leq f(x_2)$ c'est-à-dire qu'elle conserve l'ordre.
- f est dite décroissante si $f(x_1) \geq f(x_2)$ c'est-à-dire qu'elle renverse l'ordre.
- f est dite constante si $f(x_1) = f(x_2)$.



Fonction croissante



Fonction décroissante

Variations, signes et extremums

Propriété fondamentale:

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I.

- f est strictement croissante sur I si et seulement si pour tout $x \in I, f'(x) > 0$;
- f est strictement décroissante sur I si et seulement si pour tout $x \in I, f'(x) < 0$;
- f est constante sur I si et seulement si pour tout $x \in I, f'(x) = 0$;

Variations, signes et extremums

On rappelle les dérivées de fonctions usuelles vues en classe de Première :

Fonction f	**Dérivée** f'
$f(x) = a$	$f'(x) = 0$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$	$f'(x) = 3x^2$

Exercice 4:
Etablir le tableau de variations de $f(x) = 2x^2 + 8x - 5$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

Exercice bilan

1. Définitions

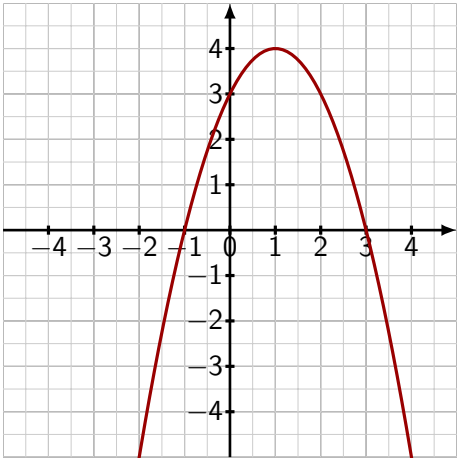
2. Résolutions graphiques

3. Variations, signes et extremums

4. Exercice bilan

Exercice bilan

On considère la fonction $f : x \mapsto -(x+1)(x-3)$ définie sur $[-5;5]$. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous.



1. Répondre graphiquement aux questions suivantes:
   - 1.1 Déterminer l'image de 1 par f.
   - 1.2 Résoudre l'équation $f(x) = 0$
   - 1.3 Résoudre l'inéquation $f(x) > 2$.
2. Etablir le tableau de signe de f.
3. Développer $f(x)$ puis déterminer l'expression de $f'(x)$.
4. Etablir le tableau de signe de $f'(x)$ puis le tableau de variation complet de f.
5. En déduire le maximum de f.