Chapitre 3 : Fonctions exponentielles

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Définition

2. Représentation graphique et sens de variation

3. Propriétés algébriques

4. Application au taux d'évolution

5. Exercice bilan

Définition

1. Définition

2. Représentation graphique et sens de variation

3. Propriétés algébriques

4. Application au taux d'évolution

5. Exercice bilan

Définition

Définition 1.

Soit a un nombre réel strictement positif. La fonction **exponentielle** (de base a) $f(x) = a^x$:

- prolonge les valeurs numériques de la suite géométrique (a^n) à des valeurs non entières positives de la variable ;
- est définie pour $x < 0$, $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$.

Exemple 1:

- La fonction $f(x) = 2^x$ est une fonction exponentielle de base 2.
- La fonction $f(x) = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ est une fonction exponentielle de base $\dfrac{1}{3}$.

Représentation graphique et sens de variation

1. Définition

2. Représentation graphique et sens de variation

3. Propriétés algébriques

4. Application au taux d'évolution

5. Exercice bilan

Représentation graphique et sens de variation

Propriété 1.

Soit a un nombre réel strictement positif.

- Si $a > 1$: la fonction $f(x) = a^x$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
- Si $0 < a < 1$: la fonction $f(x) = a^x$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

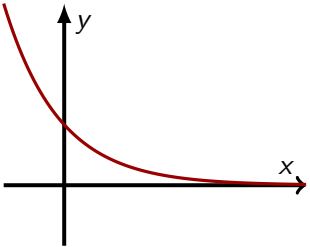
Représentation graphique et sens de variation

Propriété 2.

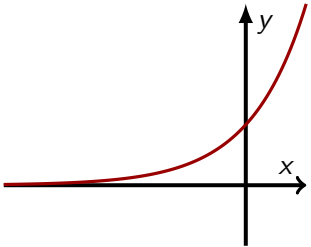
Soit a un nombre réel strictement positif et k un nombre réel non nul.

- Si $k > 0$, la fonction $x \mapsto ka^x$ a le même sens de variation que $x \mapsto a^x$.
- Si $k < 0$, la fonction $x \mapsto ka^x$ a le sens de variation contraire de $x \mapsto a^x$.

On obtient alors deux formes de représentation graphique selon les valeurs de a :



$0 < a < 1$



$a > 1$

Propriétés algébriques

1. Définition

2. Représentation graphique et sens de variation

3. Propriétés algébriques

4. Application au taux d'évolution

5. Exercice bilan

Propriétés algébriques

Propriété 3.

Soit a un nombre réel strictement positif et x, y deux réels quelconques. On a :

- $a^{x+y} = a^x \times a^y$
- $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$
- $a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y}$
- $a^{xy} = (a^x)^y$

Exercice 1:

Simplifier les expressions suivantes

- $3^{2,5} \times 3^{4,17}$
- $\dfrac{2^{5,89}}{2^{3,14}}$
- $\dfrac{5^{24,1} \times (5^{2.13})^2}{5^6 \times 5^{12,12}}$

Application au taux d'évolution

1. Définition

2. Représentation graphique et sens de variation

3. Propriétés algébriques

4. Application au taux d'évolution

5. Exercice bilan

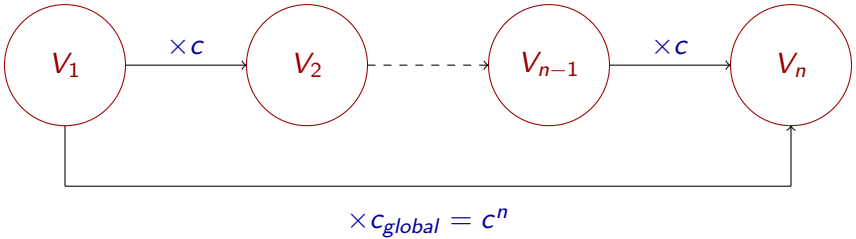
Application au taux d'évolution

Ces fonctions peuvent trouver une utilité, en plus du domaine des suites géométriques, dans la détermination d'un coefficient multiplicateur global d'évolutions successives d'une donnée.
En effet, on rappelle que pour évolution de $t\%$, on multiplie une certaine valeur de départ V_D par $c = 1 + t$ pour obtenir une valeur d'arrivée V_A. On a donc :

$$V_A = V_D \times c$$

Application au taux d'évolution

Pour une succession d'évolution de $t\%$, on rappelle que le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.
Si on effectue n évolutions successives on a donc $c_{\text{global}} = c^n = (1+t)^n$.



Application au taux d'évolution

On en déduit donc que :

Propriété 4.

t étant le taux d'évolution global pendant une certaine période, le taux d'évolution moyen équivalent t_n pendant une période n fois plus courte est défini par la relation :

$$c_n = (1+t)^{\frac{1}{n}} = c^{\frac{1}{n}}$$

Exercice bilan

1. Définition

2. Représentation graphique et sens de variation

3. Propriétés algébriques

4. Application au taux d'évolution

5. Exercice bilan

Exercice bilan

Le chiffre d'affaire d'une start-up est passé de 100 000 euros à 130 000 euros en un an.

1. Déterminer le taux d'évolution annuel du chiffre d'affaire.
2. En déduire le taux d'évolution mensuel moyen du chiffre d'affaire.