Chapitre 6 : Primitives

Axel Carpentier

Première technologique :

Sciences et technologies de l'industrie et du développement durable (STI2D)

Table des matières

1. Notion de primitive

2. Primitives et fonctions usuelles

3. Primitives et opérations

4. Exercice bilan

Notion de primitive

1. Notion de primitive

2. Primitives et fonctions usuelles

3. Primitives et opérations

4. Exercice bilan

Notion de primitive

Définition 1.

Soit F une fonction définie sur $I \subset \mathbb{R}$. On dit que F est une **primitive** de f lorsque F est dérivable sur I et que $F' = f$.

Exemple 1.

Une primitive de $f(x) = 3x^2 + 2x + 8$ est donné par $F(x) = x^3 + x^2 + 8x$.
En effet on a bien $F' = f$.

Notion de primitive

Remarque

Il n'y a pas unicité d'une primitive.

Exemple 2.
Les fonctions $F(x) = x^3$ et $G(x) = x^3 + 5$ sont deux primitives différentes de $h(x) = 3x^2$.

Notion de primitive

Théorème 1.

Toute fonction continue sur un intervalle admet des primitives.

Propriété 1.

Soit F une primitive d'une fonction f définies sur I. Les primitives de f sont données par les fonctions $G = F + k, k \in \mathbb{R}$.

Notion de primitive

Propriété 2.

Soit f une fonction admettant des primitives sur I. Soit $x_0 \in I$ et $y_0 \in \mathbb{R}$. Il existe une unique primitive F telle que $F(x_0) = y_0$.

Exercice 1.

Vérifier que $F(x) = \frac{5}{2}x^2 + 3x - 2$ avec $F(1) = \frac{7}{2}$ est l'unique primitive de $f(x) = 5x + 3$.

Primitives et fonctions usuelles

1. Notion de primitive

2. Primitives et fonctions usuelles

3. Primitives et opérations

4. Exercice bilan

Primitives et fonctions usuelles

A l'aide du tableau des dérivées des fonctions de références, on en déduit les primitives suivantes.

	Fonction f	**Primitive** F
Constante	$f(x) = a$	$F(x) = ax$
Puissance	$f(x) = x^n$	$F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1}$
Cosinus	$f(x) = \cos(x)$	$F(x) = \sin(x)$
Sinus	$f(x) = \sin(x)$	$F(x) = -\cos(x)$
Sinusoïde	$f(x) = A\cos(\omega x + \phi)$	$F(x) = \dfrac{A}{\omega}\sin(\omega x + \phi)$

Primitives et opérations

1. Notion de primitive

2. Primitives et fonctions usuelles

3. Primitives et opérations

4. Exercice bilan

Primitives et opérations

Propriété 3.

- Soit F et G des primitives respectives de f et g sur I.
  $F + G$ est alors une primitive de $f + g$.
- Soit F une primitive de f sur I et $\alpha \in \mathbb{R}$.
  αF est alors une primitive de αf.

Remarque

Contrairement à la dérivation, il n'existe pas de formule permettant de trouver directement une primitive d'un produit ou d'un quotient de fonctions.

Exercice bilan

1. Notion de primitive

2. Primitives et fonctions usuelles

3. Primitives et opérations

4. Exercice bilan

Exercice bilan

Déterminer la primitive des fonctions suivantes respectant la condition initiale.

1. $f(x) = 25x^{24} - 1$ avec $F(1) = 8$.
2. $g(t) = 5\sin\left(3t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ avec $G\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{1}{3}$.