Chapitre 5 : Fonction logarithme décimal

Axel Carpentier

Terminale technologique :

Tronc commun

Table des matières

1. Définition

2. Représentation graphique

3. Propriétés algébriques

4. Exercice bilan

Définition

1. Définition

2. Représentation graphique

3. Propriétés algébriques

4. Exercice bilan

Définition

Définition 1.

Soit a un nombre réel strictement positif. Le **logarithme décimal** de a, noté $\log(a)$, est l'unique nombre b tel que $10^b = a$.

Remarque 1.

- On a $10^0 = 1$ donc $\log(1) = 0$.
- On a $10^1 = 10$ donc $\log(10) = 1$.

Définition

Propriété 1.

Soit a un nombre réel strictement positif.

$$b = \log(a) \iff 10^b = a$$

Définition 2.

On définit la fonction logarithme décimal log : $x \mapsto \log(x)$ définie sur $]0; +\infty[$.

Exercice 1:

Résoudre dans $]0, +\infty[$ les équations suivantes :

- $\log(3x) = 5$
- $10^{3x} = 5$

Représentation graphique

1. Définition

2. Représentation graphique

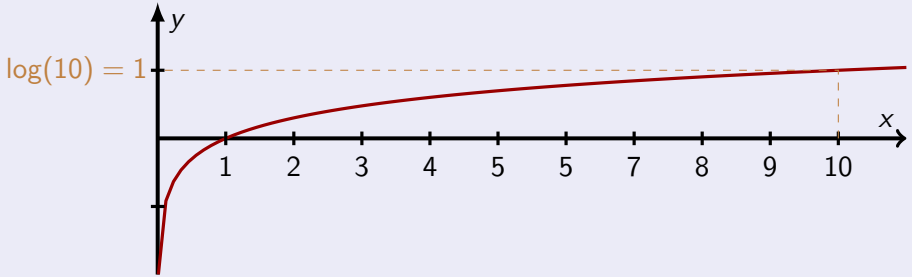
3. Propriétés algébriques

4. Exercice bilan

Représentation graphique

Propriété 2.

La fonction log est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.



Propriété 3.

Soit a un nombre réel strictement positif.

- Si $0 < a < 1$, $\log(a) < 0$.
- Si $a > 1$, $\log(a) > 0$

Propriétés algébriques

1. Définition

2. Représentation graphique

3. Propriétés algébriques

4. Exercice bilan

Propriétés algébriques

Propriété 4.

Soit a, b deux réels strictement positifs. On a :

$$\log(a) = \log(b) \iff a = b \quad \text{et} \quad \log(a) < \log(b) \iff a < b$$

Exercice 2:

Résoudre les (in)équations suivantes :

- $\log(x+2) = \log(5)$
- $\log(2x+6) \leq \log(x-4)$

Propriétés algébriques

Propriété 5.

Soit a, b deux réels strictement positifs et x un réel quelconque :

- $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$
- $\log\left(\frac{1}{b}\right) = -\log(b)$
- $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$
- $\log(a^x) = x\log(a)$

Exercice 3:

Simplifier l'expression :

$$A = \log(10^{12}) - \log(10^4) + \log\left(\frac{1}{10^3}\right)$$

Exercice bilan

1. Définition

2. Représentation graphique

3. Propriétés algébriques

4. Exercice bilan

Exercice bilan

Le prix d'un équipement pour les handicapés est $P_0 = 1\ 000$ euros et baisse chaque année de 5%. Au bout de combien d'années le prix de cet équipement deviendra-t-il inférieur à 800 euros ?